

**DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN EL ROTOR DE MOTORES DE INDUCCIÓN DE  
JAULA DE ARDILLA MEDIANTE EL MÉTODO DE ANÁLISIS ESPECTRAL DE  
CORRIENTES: FUNDAMENTO TEÓRICO Y EJEMPLO PRÁCTICO**

**ANDRÉS FELIPE VICTORIA MUÑOZ  
CARLOS ROMÁN HERRERA BASTIDAS**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO ENERGÉTICA Y MECÁNICA  
PROGRAMA INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SANTIAGO DE CALI**

**2006**

**DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN EL ROTOR DE MOTORES DE INDUCCIÓN DE  
JAULA DE ARDILLA MEDIANTE EL MÉTODO DE ANÁLISIS ESPECTRAL DE  
CORRIENTES: FUNDAMENTO TEÓRICO Y EJEMPLO PRÁCTICO**

**ANDRÉS FELIPE VICTORIA MUÑOZ  
CARLOS ROMÁN HERRERA BASTIDAS**

**Trabajo de grado para optar el título  
de Ingeniero Eléctrico**

**Director  
ENRIQUE CIRO QUISPE OQUEÑA  
Ingeniero Eléctrico**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO ENERGÉTICA Y MECÁNICA  
PROGRAMA INGENIERÍA ELÉCTRICA  
SANTIAGO DE CALI**

**2006**

**Nota de aceptación:**

**Aprobado por el comité de Grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar el título de Ingeniero Eléctrico.**

**Ingeniero Diego Fernando Almario**

---

**Jurado**

**Ingeniera Rosaura Castrillón**

---

**Jurado**

**Santiago de Cali, 06 de Junio de 2006**

## **AGRADECIMIENTOS**

Le damos gracias a nuestro Dios, por mantenernos firmes hasta el final de nuestra carrera y al apoyo incondicional de nuestros padres y nuestras familias por creer, confiar, y acompañarnos.

Agradecemos al Profesor Enrique Ciro Quispe por compartir sus conocimientos, su paciencia y su voluntad para apoyarnos y colaborarnos en este trabajo.

## **CONTENIDO**

	<b>Pág.</b>
<b>GLOSARIO</b>	<b>14</b>
<b>RESUMEN</b>	<b>17</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>18</b>
<b>1. PRINCIPIOS GENERALES DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS</b>	<b>19</b>
<b>1.1. LA MÁQUINA ROTATIVA ELEMENTAL</b>	<b>20</b>
<b>1.2. PÉRDIDAS EN LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS</b>	<b>24</b>
<b>1.3. FUERZAS MAGNETOMOTRICES</b>	<b>24</b>
<b>1.3.1. Fuerza magnetomotriz creada por una espira de paso diametral</b>	<b>25</b>
<b>1.3.2. Fuerza magnetomotriz creada por una bobina de paso acortado</b>	<b>29</b>
<b>1.3.3. Fuerza magnetomotriz creada por una bobina diametral múltiple</b>	<b>32</b>
<b>1.4. FACTORES DE PASO, DISTRIBUCIÓN Y DEVANADO</b>	<b>34</b>
<b>1.4.1. Factor de paso</b>	<b>34</b>
<b>1.4.2. Factor de distribución</b>	<b>37</b>
<b>1.4.3. Factor de devanado</b>	<b>38</b>
<b>1.5. CAMPOS MAGNÉTICOS GIRATORIOS</b>	<b>39</b>
<b>1.5.1. Obtención del campo magnético giratorio mediante un inductor móvil</b>	<b>40</b>
<b>1.5.2. Obtención del campo magnético giratorio mediante corrientes polifásicas</b>	<b>42</b>
<b>1.5.2.1. Teorema de Ferraris</b>	<b>45</b>
<b>1.5.2.2. Teorema de Leblanc</b>	<b>45</b>
<b>1.5.3. Ecuaciones de las ondas pulsantes y móviles</b>	<b>46</b>

<b>1.6. FUERZAS ELECTROMOTRICES INDUCIDAS</b>	<b>53</b>
<b>2. FUNDAMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS</b>	<b>56</b>
<b>2.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO</b>	<b>56</b>
<b>2.2. CONSTITUCIÓN FÍSICA DE LA MÁQUINA ASÍNCRONA</b>	<b>59</b>
<b>2.3. CURVAS CARACTERÍSTICAS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS</b>	<b>62</b>
<b>2.4. EL MANTENIMIENTO DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS</b>	<b>64</b>
<b>3. MÉTODOS PARA EL ANÁLISIS DE SEÑALES</b>	<b>67</b>
<b>3.1. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA</b>	<b>68</b>
<b>3.2. SEÑALES DISCRETAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO Y DE LA FRECUENCIA</b>	<b>70</b>
<b>3.2.1. La Transformada Discreta de Fourier</b>	<b>70</b>
<b>3.2.2. La Transformada Rápida de Fourier</b>	<b>72</b>
<b>3.3. PROPIEDADES Y LIMITACIONES DE LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER</b>	<b>72</b>
<b>3.3.1 Obtención de señales discretas: conversión analógico/digital</b>	<b>76</b>
<b>3.3.2 Efecto Ventana</b>	<b>77</b>
<b>3.3.2.1 Ventana Hanning</b>	<b>80</b>
<b>3.3.2.2 Ventana Uniforme</b>	<b>81</b>
<b>3.3.2.3 La Ventana Flattop</b>	<b>81</b>
<b>4. FUNDAMENTO TEÓRICO PARA EL DIAGNÓSTICO DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS ESPECTRAL DE CORRIENTES</b>	<b>85</b>
<b>4.1 DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL FENÓMENO DE LA ROTURA DE BARRAS EN MOTORES DE INDUCCIÓN</b>	<b>85</b>
<b>4.2 MODELIZACIÓN DE LA ROTURA DE BARRAS EN UNA JAULA ROTÓRICA AISLADA DEL CIRCUITO MAGNÉTICO</b>	<b>89</b>

<b>4.3 DETERMINACIÓN DE LAS FRECUENCIAS INDUCIDAS EN LAS CORRIENTES ESTATÓRICAS POR LA ROTURA DE UNA BARRA</b>	<b>94</b>
<b>5. EJEMPLO DE APLICACIÓN PRÁCTICA SOBRE EL DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN LA JAULA ROTÓRICA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>101</b>
<b>5.1. PRIMER CASO PRÁCTICO: MOTOR SOMETIDO A ENSAYOS DESTRUCTIVOS.</b>	<b>102</b>
<b>5.1.1. Motor de 11 Kw con Jaula sana.</b>	<b>103</b>
<b>5.1.2. Motor de 11 Kw media sección de barra rota en la Jaula.</b>	<b>103</b>
<b>5.1.3. Motor de 11 Kw con una barra rota.</b>	<b>104</b>
<b>5.1.4. Análisis de los espectros de corriente.</b>	<b>104</b>
<b>5.1.5 Análisis de los espectros de corriente de quinto armónico.</b>	<b>106</b>
<b>5.2 RANGO DE AMPLITUDES EN LOS ARMÓNICOS DE CORRIENTE PARA ÉL DIAGNOSTICO: EJEMPLO SOBRE MOTORES DE GRAN TAMAÑO.</b>	<b>112</b>
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>118</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>120</b>

## **LISTA DE TABLAS**

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1. Armónicos característicos de la asimetría rotórica.</b>	<b>98</b>
<b>Tabla 2. Diferencia de amplitudes entre el armónico fundamental y el lateral inferior para los diferentes grados de avería.</b>	<b>105</b>
<b>Tabla 3. Diferencia de amplitudes entre los armónicos de frecuencias para los diferentes grados de averías.</b>	<b>109</b>



## **LISTA DE FIGURAS**

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 1. Esquema de una máquina rotativa elemental.</b>	<b>20</b>
<b>Figura 2. Evolución de la inducción, el flujo y la fuerza electromotriz.</b>	<b>22</b>
<b>Figura 3. Campo creado por una espira de paso diametral. Líneas de campo obtenidas mediante un programa de simulación por elementos finitos.</b>	<b>26</b>
<b>Figura 4. Fuerza magnetomotriz creada por una espira diametral</b>	<b>26</b>
<b>Figura 5. Campo magnético en una máquina elemental formada por tres bobinas elementales. Líneas de campo obtenidas mediante un programa de simulación por elementos finitos.</b>	<b>27</b>
<b>Figura 6. Distribución de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro de una máquina de 3 pares de polos.</b>	<b>28</b>
<b>Figura 7. Campo magnético en una máquina elemental formada por una bobina de paso acortado. Líneas de campo obtenidas mediante un programa de simulación por elementos finitos.</b>	<b>30</b>
<b>Figura 8. Fuerza magnetomotriz creada por una espira de paso acortado.</b>	<b>31</b>

<b>Figura 9. Campo magnético en una máquina elemental con un devanado constituido por una bobina diametral múltiple. Líneas de campo obtenidas mediante un programa de simulación por elementos finitos.</b>	<b>32</b>
<b>Figura 10. Fuerza magnetomotriz creada por una bobina diametral múltiple.</b>	<b>33</b>
<b>Figura 11. Primer armónico de la onda de fuerza magnetomotriz creada por una espira diametral múltiple.</b>	<b>35</b>
<b>Figura 12. Campo giratorio producido por un inductor móvil.</b>	<b>41</b>
<b>Figura 13. Distribución de bobinas elementales para la creación de un campo giratorio a partir de un sistema trifásico de corrientes.</b>	<b>43</b>
<b>Figura 14. Ondas pulsantes en diferentes momentos del tiempo.</b>	<b>47</b>
<b>Figura 15. Posición de una onda móvil inversa para dos momentos de tiempo.</b>	<b>48</b>
<b>Figura 16. Posición de una onda progresiva para dos momentos de tiempo.</b>	<b>49</b>
<b>Figura 17. Descomposición de un campo pulsante en dos campos giratorios.</b>	<b>51</b>
<b>Figura 18. Adición de tres ondas pulsantes desplazadas en el espacio y en el tiempo en <math>120^\circ</math>.</b>	<b>52</b>
<b>Figura 19. Calculo de la fuerza electromotriz inducida en una espira diametral por un campo magnético giratorio.</b>	<b>54</b>
<b>Figura 20. Circuito equivalente de un motor de inducción.</b>	<b>58</b>

<b>Figura 21. Detalle del devanado estatórico de tres motores de inducción.</b>	<b>59</b>
<b>Figura 22. Rotor de jaula de ardilla. (a) jaula de un motor jaula de ardilla. (b) rotor de un motor de inducción jaula de ardilla.</b>	<b>61</b>
<b>Figura 23. Conexionado externo de los motores de inducción.</b>	<b>62</b>
<b>Figura 24. Característica mecánica de un motor de inducción.</b>	<b>63</b>
<b>Figura 25. Dominios del tiempo y la frecuencia</b>	<b>69</b>
<b>Figura 26. Integración numérica para el cálculo de la Transformada de Fourier Discreta.</b>	<b>71</b>
<b>Figura 27. Actualización de los registros de tiempo.</b>	<b>74</b>
<b>Figura 28. Registros en el tiempo y líneas de frecuencia.</b>	<b>75</b>
<b>Figura 29. Diagrama de bloques de un analizador dinámico.</b>	<b>76</b>
<b>Figura 30. Analizador dinámico HP™35655<sup>a</sup>.</b>	<b>77</b>
<b>Figura 31. Señales periódicas y no periódicas en el tiempo de registro.</b>	<b>78</b>
<b>Figura 32. Aplicación de una función ventana.</b>	<b>80</b>
<b>Figura 33. Filtros pasa banda con la ventana Hanning.</b>	<b>82</b>

<b>Figura 34. Filtros pasabanda con la ventana <i>flattop</i>.</b>	<b>83</b>
<b>Figura 35. Rotores de motores de inducción: en la parte inferior rotor de aluminio fundido, en la parte superior rotor con barras de cobre.</b>	<b>86</b>
<b>Figura 36. Barras rotas en la proximidad del anillo de cortocircuito en motores de inducción. Motores diagnosticados por ABB Service.</b>	<b>87</b>
<b>Figura 37. Circuito equivalente al segundo término (barra rota en la posición i).</b>	<b>90</b>
<b>Figura 38. Simetría de las corrientes en el rotor respecto de la corriente de fallo.</b>	<b>92</b>
<b>Figura 39. Descomposición por superposición del rotor en la corriente de fallo.</b>	<b>92</b>
<b>Figura 40. Descomposición del término A por superposición.</b>	<b>93</b>
<b>Figura 41. Fuerza magnetomotriz creada por el rotor de 4 barras.</b>	<b>93</b>
<b>Figura 42. Armónicos lateral inferior y lateral superior de las corrientes estatóricas.</b>	<b>97</b>
<b>Figura 43. Rotor sometido a ensayos: fase final 6 barras rotas.</b>	<b>102</b>
<b>Figura. 44. Motor con jaula sana.</b>	<b>103</b>

<b>Figura 45. Jaula con media sección rota.</b>	<b>104</b>
<b>Figura 46 Jaula con una barra rota.</b>	<b>104</b>
<b>Figura 47. Espectro de corrientes en torno a 250 Hz (85% carga nominal) motor sano.</b>	<b>107</b>
<b>Figura 48. Espectro de corrientes en torno a 250 Hz distintos grados de avería.</b>	<b>108</b>
<b>Figura 49. Diferencia de amplitudes entre el armónico lateral inferior y el fundamental de la corriente estatórica para diferentes grados de asimetría.</b>	<b>113</b>
<b>Figura 50. Motor sano.</b>	<b>115</b>
<b>Figura 51. Motor con juntas de alta resistencias.</b>	<b>115</b>
<b>Figura 52. Motor con juntas de alta resistencias.</b>	<b>116</b>
<b>Figura 53. Motor con al menos una barra rota.</b>	<b>116</b>
<b>Figura 54. Motor con varias barras rotas.</b>	<b>117</b>

## GLOSARIO

$B$	=	densidad de flujo magnético
$v$	=	velocidad de la espira con respecto al campo magnético
$l_e$	=	longitud de la espira
$e$	=	fuerza electromotriz
$\varphi$	=	flujo magnético
$T$	=	par electromagnético
$r$	=	radio del rotor
$F$	=	fuerza magnética
$H_N$	=	intensidad de campo en el polo norte
$H_S$	=	intensidad de campo en el polo sur
$\delta$	=	longitud del entrehierro
$\omega_{bob}$	=	número de espiras en la bobina
$i_{bob}$	=	corriente de bobina
$P$	=	pares de polos
$p$	=	conjunto de bobinas elementales
$\omega_s$	=	número total de espiras en serie
$\alpha_N$	=	ángulo del polo norte de la bobina
$\alpha_S$	=	ángulo del polo sur de la bobina
$\alpha_e$	=	ángulo eléctrico
$\alpha_g$	=	ángulo geométrico
$l_r$	=	longitud del rotor
$S_r$	=	área transversal del rotor
$\mu_0$	=	permeabilidad magnética del vacío
$v$	=	orden del armónico
$1/K$	=	factor de paso polar

$q$	=	número de ranuras por polo y por fase
$k_p$	=	factor de paso
$k_d$	=	factor de distribución
$k_{dev}$	=	factor de devanado
$\omega_1$	=	velocidad de pulsación eléctrica del campo
$\Omega$	=	velocidad geométrica
$I_m$	=	corriente máxima
$f$	=	frecuencia
$n_1$	=	velocidad de sincronismo
$n$	=	velocidad mecánica del rotor
$\omega$	=	velocidad angular
$T$	=	periodo de la onda
$T_{es}$	=	periodo espacial de la onda
$F_m$	=	máxima amplitud magnética de la onda
$\tau$	=	paso polar de la máquina
$B$	=	campo magnético giratorio
$s$	=	deslizamiento
$U_1$	=	tensión entre terminales del estator
$E_1$	=	fuerza contraelectromotriz
$I_1$	=	corriente estatórica.
$R_s$	=	resistencia del estator.
$X_s$	=	reactancia de dispersión del estator.
$R_r$	=	resistencia del rotor
$N$	=	número de muestras
$R_a$	=	resistencia del anillo de cortocircuito.
$X_a$	=	reactancia del anillo de cortocircuito.
$R_b$	=	resistencia de la barra.

$X_b$  = reactancia de la barra.

$I_{bi}$  = corriente inyectada en la barra rota  $i$ .



## **RESUMEN**

En este trabajo se presentarán los principios generales del funcionamiento de las máquinas eléctricas rotativas, fuerzas electromotrices, fuerzas magnetomotrices, pares, campos giratorios, etc.

También se presentarán criterios, tanto teóricos como prácticos, para la aplicación del análisis espectral de corrientes al diagnóstico de asimetrías rotóricas (rotura de barras y/o agrietamiento de anillos) en motores de inducción en funcionamiento.

Desde hace unos cuantos años se está investigando en el desarrollo de técnicas, como el análisis espectral de corriente, para el diagnóstico del rotor de los motores de inducción, las cuales van dirigidas específicamente al diagnóstico de fallas eléctricas. Estos fallos ocurren frecuentemente cuando una o varias barras de la jaula rotórica sufren una rotura causadas por esfuerzos mecánicos, magnéticos o térmicos.

Una falla en el rotor como la rotura de una o varias de sus barras, hace que se produzca una alteración en el campo y a su vez hace que se induzcan unas frecuencias en las corrientes estáticas. Dicha alteración del campo se podrá descomponer, mediante un desarrollo en serie de Fourier, en una suma de campos senoidales de eje fijo que pulsarán en el tiempo a la frecuencia de deslizamiento. Si a cada uno de estos campos senoidales se le aplica el teorema de Leblanc se obtendrá una pareja de campos rotativos, uno que girará en el mismo sentido de giro del motor y otro en sentido inverso y ambos girarán respecto al rotor a la velocidad de deslizamiento.

## INTRODUCCIÓN

Los motores eléctricos de inducción son actualmente el soporte esencial en la industria, además de su sencillez, eficiencia, bajo costo y fácil instalación, el motor de inducción se ha popularizado con el uso cada vez más frecuente en los procesos de producción.

Debido al gran uso que tienen los motores de inducción y a sus grandes aplicaciones a nivel industrial, tenemos que garantizar su perfecto funcionamiento. Las verificaciones y revisiones están dadas para tener continuidad en procesos, calidad de producción y para grandes economías en presupuesto de mantenimiento de equipos. Sabemos que cada día la tecnología busca ser más eficiente en áreas de producción a menor costo y es indispensable, en todo el proceso, la confianza en el buen funcionamiento de las máquinas, el personal de manejo de ellas y el mantenimiento preventivo que les corresponde.

En las máquinas eléctricas pueden haber fallas de tipo eléctrico, mecánico o una combinación de ambas, en general, la mayor parte de los fallos suelen estar relacionados con el ambiente o ciclo de trabajo de la máquina y ocurren durante algún proceso transitorio, que es cuando los esfuerzos mecánicos y eléctricos a los que está sometida la máquina son mayores. Es necesario realizar una serie de pruebas para ver en qué estado se encuentra la máquina, no necesariamente se detendrá el proceso ya que los datos a obtener para el diagnóstico se harán con variables externas donde se utilizan diferentes métodos que sirven de ayuda para definir la falla específicamente en el rotor de un motor de inducción.

Este trabajo estudiará los fundamentos teóricos que sustentan el análisis espectral de corrientes en el diagnóstico de fallas en motores de inducción en funcionamiento, presentando un ejemplo de un caso práctico. También dará a conocer las ventajas que contiene el método espectral y los aportes en el desarrollo de la investigación en mantenimiento de motores para procesos industriales.

## **1. FUNDAMENTOS SOBRE EL FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS**

Las máquinas eléctricas rotativas tienen la particularidad de convertir energía eléctrica en mecánica o viceversa, eventualmente también pueden transformar energía eléctrica de un tipo en otro aprovechando el movimiento. En las máquinas rotativas hay una parte fija llamada estator y una parte móvil llamada rotor. Normalmente el rotor gira en el interior del estator debido, entre otras cosas, al espacio de aire existente entre ambos y que se denomina entrehierro.

Para proyectar una máquina se deben tener muy en cuenta sus características físicas, es entonces necesario hacer cierta clasificación de las máquinas rotativas para identificar condiciones de similitud que permitan extender los criterios de diseño entre máquinas semejantes.

Una primera clasificación que puede hacerse es por su función:

- Generador, máquina que produce energía eléctrica por transformación de la energía mecánica.
- Motor, máquina que produce energía mecánica por transformación de la energía eléctrica.
- Convertidor rotativo que convierte energía eléctrica de una forma a otra (cambiando frecuencia, convirtiendo corriente alterna en continua etc.) máquina muy utilizada en el pasado.

Si se clasifican por la fuente de energía que las alimenta o que representan se tiene:

- Máquinas de corriente continua
- Máquinas de corriente alterna

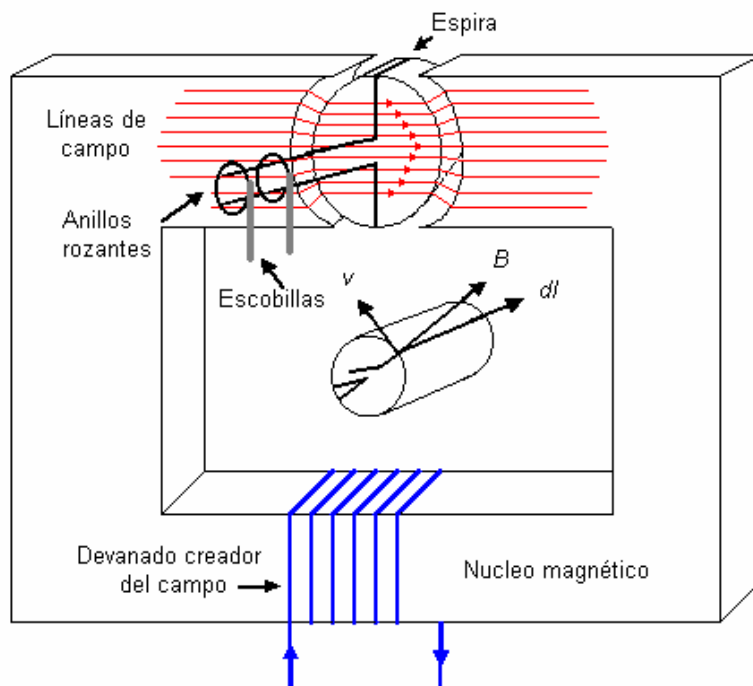
Algunas de estas últimas por las características de su velocidad se clasifican en:

- Máquinas asincrónicas
- Máquinas sincrónicas

La construcción de los circuitos magnéticos en las máquinas eléctricas rotativas está basada en electroimanes, a los que se les da el nombre de polos. Los polos pueden ser salientes o lisos.

### 1.1. LA MÁQUINA ROTATIVA ELEMENTAL

**Figura 1. Esquema de una máquina rotativa elemental.**



Constituida por una espira de hilo conductor que gira dentro de un campo magnético, como se puede apreciar en la figura 1 el campo magnético está creado por un devanado arrollado alrededor de un núcleo de material ferromagnético, y la espira gira incrustada sobre un cilindro que hace las veces de rotor.

Los extremos de la espira giran en contacto con dos anillos que rozan en unas escobillas conductoras, de tal forma que es posible introducir corriente en la espira desde el exterior o bien extraer al exterior la fuerza electromotriz inducida en ella. Se ha supuesto para simplificar el estudio que las líneas de campo son perpendiculares al rotor en cualquier punto de su generatriz. Esta suposición se ajusta bastante a la realidad ya que el aire presenta una reluctancia mucho mayor que el núcleo ferromagnético.

Considerando que la longitud de la espira es  $l_e$ , la fuerza electromotriz inducida en el lado activo de la espira ella se puede calcular como:

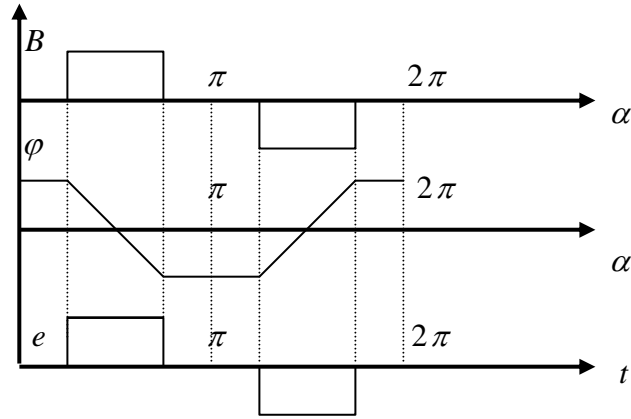
$$e = \int_0^l (\boldsymbol{v} \wedge \boldsymbol{B}) \cdot d\boldsymbol{l} \quad (\text{ec.1.1})$$

Ecuación que se convierte en:

$$e = \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{l}_e \cdot \boldsymbol{v} \quad (\text{ec. 1.2})$$

Si se tiene en cuenta que la densidad de flujo, la velocidad y el vector que representa a  $d\boldsymbol{l}$  son perpendiculares, y que la espira tiene dos lados activos. El flujo que atraviesa la espira viene dado por la figura 2.

**Figura 2. Evolución de la inducción, el flujo y la fuerza electromotriz.**



En la gráfica de la figura 2 se puede observar la evolución de la inducción en el entrehierro de la máquina, el flujo y la fuerza electromotriz inducida. En ella se aprecia como se cumple la relación:  $e = -\frac{d\varphi}{dt}$  correspondiente a la ley de Faraday.

La máquina rotativa elemental y, por tanto, todas las máquinas eléctricas rotativas, que son variantes más o menos complejas de ésta, pueden trabajar como motor o como generador: si la espira se acciona mediante un dispositivo mecánico desde el exterior en ella aparece una fuerza electromotriz que permite hacer circular corriente si se cierra el circuito. En este caso la máquina estaría funcionando como generador. Si por el contrario se inyecta corriente a la espira, sobre los conductores que la forman aparecerá una fuerza que tiende a hacerla girar. En este caso la máquina se estará comportando como un motor.

Si se determina el sentido del par,  $T$ , de la máquina cuando actúa como generador se puede observar que se opone al movimiento; se trata en este caso de un par resistente que debe ser contrarrestado desde el exterior si se pretende mantener la espira en movimiento. En este caso, la energía mecánica aportada desde el exterior se transforma en energía eléctrica.

Si en cambio se considera la forma de funcionamiento como motor, se podrá observar como sobre la espira aparece un par que tiende a hacerla girar. Sin embargo, en este caso la fuerza electromotriz inducida es de sentido contrario a la corriente inyectada, y, por tanto es necesario aportar una diferencia de potencial externa para que la corriente inyectada se mantenga, y el giro del motor sea posible. En esta situación, la energía eléctrica aportada desde el exterior se convierte en energía mecánica.

El proceso que se acaba de describir se conoce con el nombre de “*principio de reversibilidad de las máquinas eléctricas rotativas*” y presenta importantes repercusiones industriales en la aplicación de este tipo de máquina: si se pretende detener un motor mediante un frenado rápido, se podría utilizar la propia máquina actuando como generador conectado a algún sistema auxiliar, ya que de este modo se produciría un par resistente que tendería a pararlo.

Para calcular matemáticamente el par interno de la máquina bastara aplicar la ley Biot y Savart a los dos conductores que forman la espira:

$$d\vec{F} = i \cdot \left[ d\vec{l} \wedge \vec{B} \right] \quad (\text{ec. 1.3})$$

En el caso particular de la máquina rotativa elemental el par se puede expresar como:

$$T = 2 \cdot r \cdot \int_0^l i \cdot \left[ d\vec{l} \wedge \vec{B} \right] = 2 \cdot B \cdot l_e \cdot r \cdot i \quad (\text{ec. 1.4})$$

Ecuación en la que  $r$  es el radio del rotor.

## 1.2 PÉRDIDAS EN LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS

En cualquier máquina eléctrica rotativa existen los siguientes tipos de pérdidas:

**Pérdidas magnéticas:** causadas por las corrientes parásitas y el ciclo de histéresis de los materiales que causan aumento de temperatura en el núcleo magnético de la máquina.

**Pérdidas mecánicas:** están asociadas al funcionamiento mecánico de la máquina. Básicamente son debidas a dos factores: la fricción y la ventilación. Las pérdidas por fricción se deben al rozamiento de los cojinetes. Las pérdidas de ventilación están causadas por el rozamiento de las aletas del rotor con el aire y por la potencia absorbida por el ventilador acoplado al eje del motor.

**Pérdidas adicionales:** de una forma aproximada se puede considerar que son del 1% de la potencia de la máquina a plena carga y son causadas por las corrientes que circulan en la superficie de las ranuras rotóricas.

## 1.3. FUERZAS MAGNETOMOTRICES

El análisis del campo magnético en el entrehierro de las máquinas eléctricas es un punto clave de su funcionamiento, ya que constituye el medio de acoplamiento entre los dos sistemas de energía. Así pues, se comenzara por estudiar las fuerzas magnetomotrices creadas por los devanados que originan el campo. El estudio se realizara sobre una máquina eléctrica ideal en la que se harán las siguientes simplificaciones:

- El entrehierro es constante y de dimensiones prácticamente despreciables respecto a las del resto de la máquina.

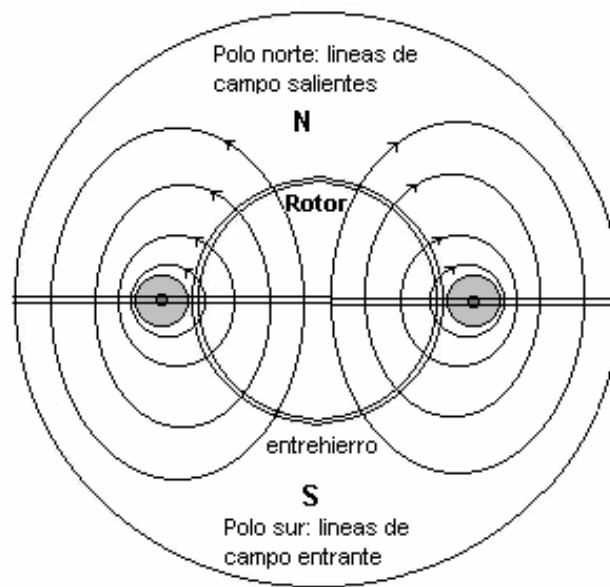


- La permeabilidad del material magnético es infinita, admitiendo que toda la caída de tensión magnética se produce en el entrehierro.
- Se despreciarán las pérdidas magnéticas
- Los conductores que forman los devanados de la máquina son puntuales y dispuestos en su periferia.

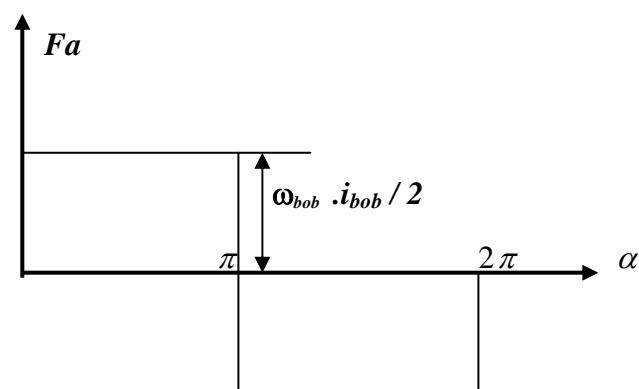
A partir de todas estas suposiciones se irán calculando las fuerzas magnetomotrices creadas por distintos tipos de bobina elemental: diametral, paso acortado. En cada caso se obtendrá la distribución de las líneas de campo, se analizarán las principales características de las ondas de fuerza magnetomotriz obtenidas, y se tratará de extrapolar los resultados para definir el comportamiento real un devanado más complejo.

**1.3.1. Fuerza magnetomotriz creada por una espira de paso diametral.** Un devanado constituido por una espira o bobina de paso diametral se reduce a dos conductores equidistantes, ubicados en el estator de la máquina y por los que se hace circular la misma corriente  $I$ . La unión de ambos conductores constituye la espira. En la figura 3 se representa el campo creado por una espira de paso diametral. En ella se puede apreciar como dicho campo presenta una distribución uniforme con dos polos a lo largo del entrehierro: un polo norte correspondiente a la zona en la que las líneas de campo salen del rotor y un polo sur en el que las líneas de campo son entrantes. Puesto que el campo es perfectamente simétrico y uniforme se puede considerar que la intensidad de campo magnético en el polo norte es igual y de sentido contrario a la del polo sur:  $-H_N = -H_S$

**Figura 3. Campo creado por una espira de paso diametral. Líneas de campo obtenidas Mediante un programa de simulación por elementos finitos.**



**Figura 4. Fuerza magnetomotriz creada por una espira diametral**

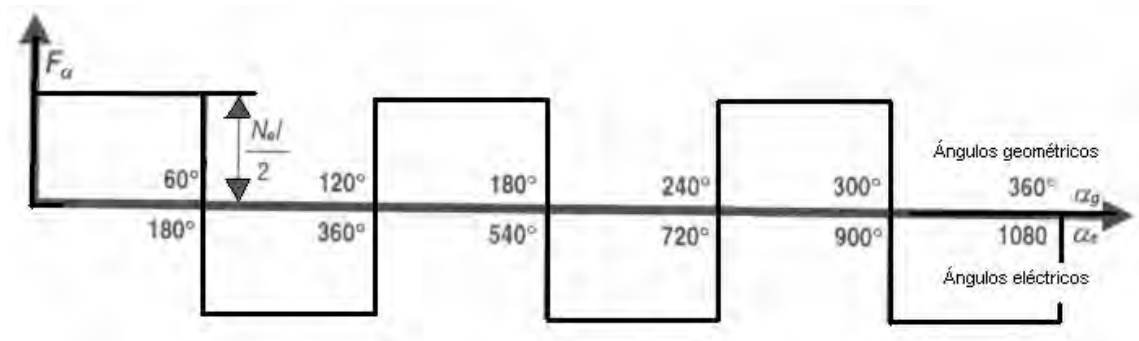


Este diagrama ilustra un campo magnético en un sistema de tres hilos conductores. Los hilos están representados por círculos con cruces (corriente entrante) y puntos (corriente saliente). Las líneas de campo magnético son curvas cerradas que rodean los hilos. Las etiquetas 'N' y 'S' indican los polos magnéticos en las líneas de campo. El símbolo  $\alpha_{geométrico}$  se refiere a la geometría del sistema.

En la figura 5 se representa la distribución de líneas de campo para una máquina elemental de tres pares de polos, constituida por tres bobinas diametrales de  $\omega_{bob}$  espiras cada una.

En la figura 6 se puede ver la distribución de fuerza magnetomotriz para esta nueva máquina elemental.

**Figura 6. Distribución de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro de una maquina de 3 pares de polos.**



En la figura 5 se puede observar como cada una de las bobinas que forman el devanado de la máquina abarca un total de 60° geométricos, medidos sobre la periferia del estator. En el estudio de las máquinas eléctricas es frecuente utilizar otra medida, diferente de la geométrica, en una unidad que se denominará **ángulo eléctrico o ángulo eléctrico de primer armónico**, ya que presenta la ventaja de simplificar el análisis de los distintos armónicos que constituyen el campo magnético giratorio de una máquina real. Los ángulos eléctricos se obtienen tomando como medida el ángulo avanzado por el primer armónico de la fuerza magnetomotriz. Es decir, aunque la primera inversión de signo en la fuerza magnetomotriz se produce en un ángulo geométrico de 60°, si se considera el primer armónico de dicha forma de onda como la referencia para la medida de ángulos, el cambio de signo se produce tras haberse recorrido medio periodo, o sea, 180°; por este motivo, se obtiene la siguiente relación entre ángulos eléctricos y ángulos geométricos:

$$\alpha_{\text{eléctrico}} = P \cdot \alpha_{\text{geométrico}} \quad (\text{ec. 1.7})$$

Donde  $P$  es el número de pares de polos de la máquina, o lo que es lo mismo, el número de veces que la fuerza magnetomotriz invierte su signo a lo largo del recorrido del estator. Se puede afirmar entonces que para la máquina elemental de la figura 6, aunque las bobinas abarcan físicamente  $60^\circ$  son diametralmente eléctricas.

En las máquinas eléctricas suele darse como dato el número total de espiras en serie por fase. En este caso que se está estudiando existe una bobina diametral por cada par de polos, por tanto, el número de espiras en serie es de:

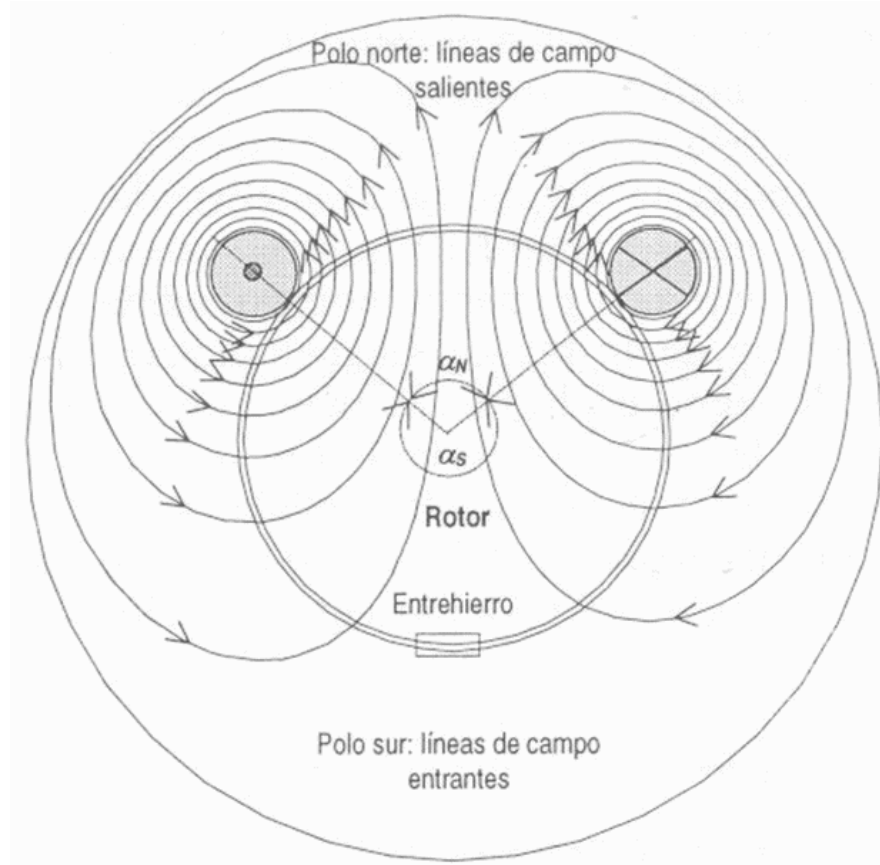
$$\omega_s = P \cdot \omega_{bob} \quad (\text{ec. 1.8})$$

Así pues, el valor máximo de la fuerza magnetomotriz también se puede expresar en función del número total de espiras por fase, según la siguiente expresión:

$$\frac{\omega_{bob} \cdot i_{bob}}{2} = \frac{\omega_s \cdot i_{bob}}{2P} \quad (\text{ec. 1.9})$$

**1.3.2. Fuerza magnetomotriz creada por una bobina de paso acortado.** Una espira de paso acortado es una espira dispuesta en dos puntos de la máquina que no son los extremos de un mismo diámetro, de tal forma que la desigualdad del arco abarcado producirá una mayor concentración de flujo en una zona de la periferia del estator que en la otra. En cualquier caso, debe mantenerse la igualdad entre flujo entrante y saliente del rotor. En la figura 7 se puede observar la disposición de la bobina de paso acortado, así como la distribución de las líneas de campo que genera. Si  $\alpha_N$  es el ángulo que abarca el polo norte de la bobina y  $\alpha_S$  el correspondiente al polo sur,  $r$  es el radio del rotor y  $l_r$  su longitud, el flujo se puede calcular de la siguiente forma:

**Figura 7. Campo magnético en una máquina elemental formada por una bobina de paso acortado. Líneas de campo obtenidas mediante un programa de simulación por elementos finitos.**



$$\varphi = B \cdot S_r = (\mu_0 \cdot H_N) \cdot (\alpha_N \cdot l \cdot r) = (-\mu_0 \cdot H_s) \cdot (\alpha_s \cdot r \cdot l) \quad (\text{ec. 1.10})$$

Entonces se cumple que:

$$\frac{F_N}{F_S} = -\frac{\alpha_s}{\alpha_N} \quad (\text{ec. 1.11})$$

Aplicando el teorema de Ampere:

$$F_N - F_S = i_{bob}$$

(ec. 1.12)

En el caso de una bobina de  $\omega_{bob}$  espiras:

$$F_N - F_S = \omega_{bob} \cdot i_{bob} \quad (\text{ec. 1.13})$$

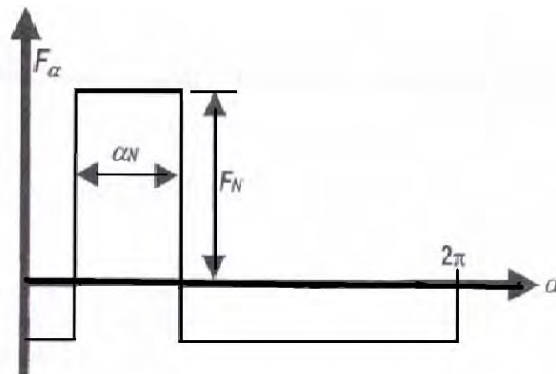
Por tanto:

$$F_N = \frac{\omega_{bob} \cdot i_{bob}}{1 + \frac{\alpha_N}{\alpha_S}} \quad (\text{ec. 1.14})$$

$$F_S = \frac{\omega_{bob} \cdot i_{bob}}{1 + \frac{\alpha_S}{\alpha_N}} \quad (\text{ec. 1.15})$$

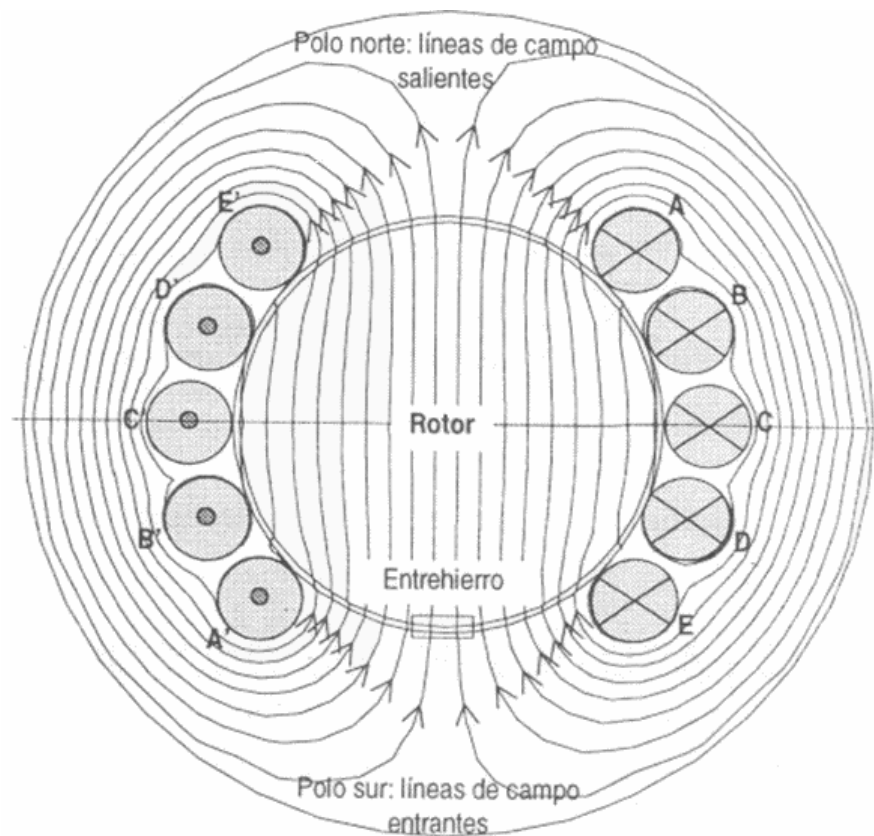
Aplicando las dos últimas ecuaciones se obtiene la forma de onda de la figura 8

**Figura 8. Fuerza magnetomotriz creada por una espira de paso acortado.**



**1.3.3. Fuerza magnetomotriz creada por una bobina diametral múltiple.** Una bobina diametral múltiple es un conjunto de bobinas elementales conectadas entre sí y distribuidas a lo largo de la periferia de la máquina a partir de dos posiciones diametrales opuestas. Todas las bobinas corresponderán al mismo par de polos, recibiendo el conjunto el nombre de bobina múltiple o bobina polar. En la figura 9 se puede observar el campo creado en una máquina elemental con un devanado constituido por una bobina diametral múltiple. La onda de fuerza magnetomotriz en el entrehierro puede obtenerse fácilmente sin más que superponer las ondas correspondientes a cada una de las bobinas elementales.

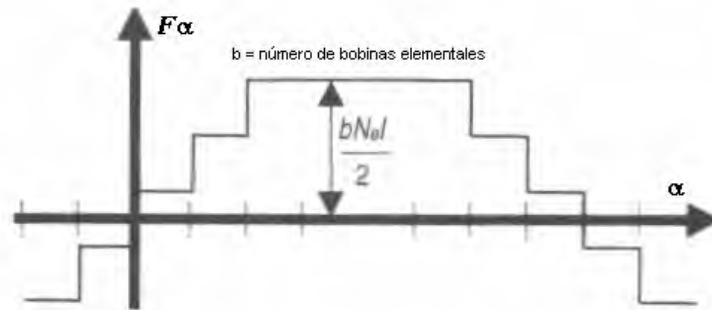
**Figura 9. Campo magnético en una máquina elemental con un devanado constituido por una bobina diametral múltiple. Líneas de campo obtenidas mediante un programa de simulación por elementos finitos.**





En la gráfica de la figura 10 se puede observar el resultado obtenido para la máquina anterior. En esta forma de onda se puede observar una mayor aproximación a la onda senoidal que en las anteriores; de hecho, la combinación de bobinas distribuidas de paso acortado se aproxima todavía mas a la onda senoidal, que es la forma de onda que se trata de reproducir en las máquina reales.

**Figura 10. Fuerza magnetomotriz creada por una bobina diametral múltiple.**



La distribución del devanado no solo mejora la aproximación de la onda de tensión magnética a la onda senoidal ideal, si no que es necesaria por motivos constructivos: si el devanado no estuviese distribuido se obtendrían espiras muy grandes y difíciles de bobinar, además, la disipación térmica será mucho más problemática en el caso de bobinas concentradas.

Si la máquina estudiada tuviese un número mayor de par de polos  $P$ , en vez de uno solo, la forma de onda anterior se repetiría  $P$  veces a lo largo del entrehierro. En este caso el número total de espiras conectadas por fase se podría calcular de la siguiente forma:

$$\omega_s = p \cdot \omega_{bob} \cdot P \quad (\text{ec.1.16})$$

Donde  $p$  es el número de bobinas elementales conectadas en serie para cada fase,  $\omega_{bob}$  el número de espiras para cada bobina, y  $P$  el número de pares de polos de la máquina. Sustituyendo esta ecuación en la expresión del valor máximo de la fuerza magnetomotriz presentada en la figura 10, se obtiene una nueva forma de calcularlo en función del número total de espira por fase.

$$F_m = \frac{\omega_s \cdot i_{bob}}{2 \cdot P} \quad (\text{ec. 1.17})$$

#### 1.4. FACTORES DE PASO, DISTRIBUCIÓN Y DEVANADO

En este apartado se estudiarán los conceptos de factor de paso, factor de distribución y factor de devanado, todos ellos relacionados con el análisis de los armónicos presentes en el campo y en la corriente de alimentación de las máquinas rotativas.

**1.4.1. Factor de paso.** Si se parte de la expresión correspondiente a la fuerza magnetomotriz creada por una bobina diametral por cada par de polos, y se tiene en cuenta que una máquina real la corriente de alimentación del devanado no será continua si no alterna, el valor máximo de la fuerza magnetomotriz será variable en el tiempo de acuerdo con la siguiente expresión:

$$F_m(t) = \frac{\omega_s \cdot i_{bob}(t)}{2 \cdot P} \quad (\text{ec. 1.18})$$

Si se hace desarrollo en serie de Fourier de esta onda rectangular se obtiene:

$$F(\alpha_e, t) = \frac{4}{\pi} \cdot F_m(t) \cdot \left[ \text{Sen}(\alpha_e) + \frac{1}{3} \text{Sen}(3 \cdot \alpha_e) + \frac{1}{5} \text{Sen}(5 \cdot \alpha_e) + \dots \right] \quad (\text{ec. 1.19})$$

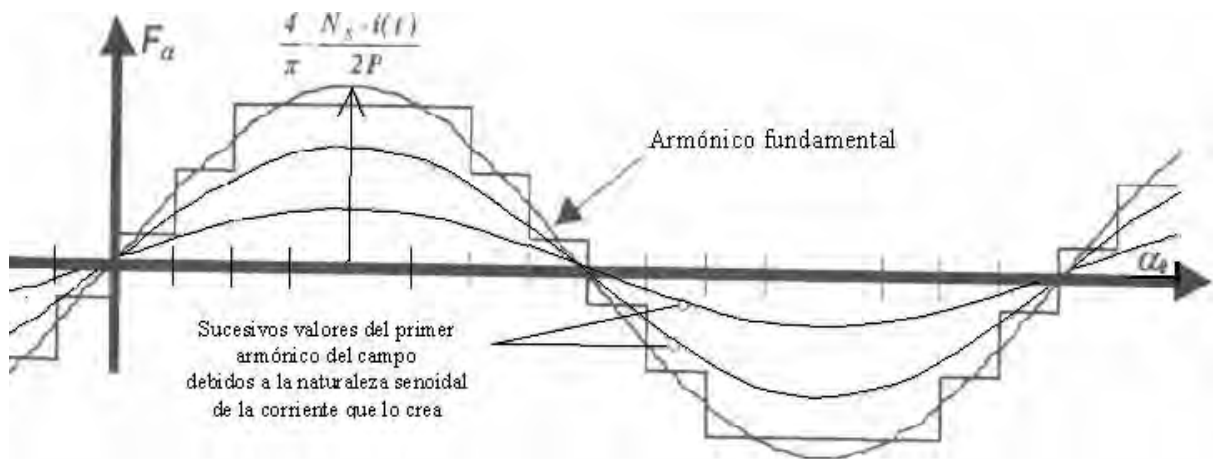
En el cual la componente fundamental es la siguiente:

$$F(\alpha_e, t) = \frac{4}{\pi} \cdot F_m(t) \cdot [\text{Sen}(\alpha_e)] = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\omega_s \cdot i_{bob}(t)}{2P} [\text{Sen}(\alpha_e)] \quad (\text{ec. 1.20})$$

Y presenta el valor máximo para  $\alpha_e = 90^\circ$ , es decir, para el eje magnético de la bobina diametral. Este valor, variable en el tiempo, se puede calcular para el primer armónico a partir de la siguiente expresión:

$$F_1(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\omega_s \cdot i_{bob}(t)}{2 \cdot P} \quad (\text{ec. 1.21})$$

**Figura 11. Primer armónico de la onda de fuerza magnetomotriz creada por una espira diametral múltiple.**



Para el caso de una armónico de orden  $\nu$  del desarrollo en serie inicial:

$$F_{\nu}(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{\nu} \frac{\omega_s \cdot i_{bob}(t)}{2 \cdot P} = \frac{1}{\nu} \cdot F_1(t) \quad (\text{ec. 1.22})$$

Ecuación en la que se puede apreciar como la amplitud de los armónicos de la fuerza magnetomotriz se va reduciendo conforme aumenta su orden.

La formulación matemática que se ha obtenido para el cálculo del campo magnético producido por una bobina diametral por cada par de polos de la máquina es sencilla. Si en cambio se parte de otro devanado más complejo, la expresión del campo magnético será mucho más difícil de calcular. Sin embargo, si el campo se descompone, en sus componentes armónicas, se podrá calcular el número de espiras que debería tener una bobina diametral para que el armónico fundamental, u otro cualquiera creado por ella, tuvieran la misma amplitud que la del devanado en cuestión. De este modo, el estudio de cualquier armónico de campo producido por un devanado real puede reducirse al estudio del campo creado por una bobina diametral equivalente.

El factor de paso se define como: *“la relación que existe entre la amplitud de la onda fundamental, o la del armónico de orden  $\nu$ , de la fuerza magnetomotriz producida por una pareja de bobinas de paso acortado, y la producida por una única bobina diametral que tuviese el mismo número de espiras que la pareja de bobina de paso acortado”*.

Para el armónico fundamental se puede calcular como:

$$k_{p1} = \cos \frac{\pi}{2K} \quad (\text{ec. 1.23})$$

y para un armónico cualquiera de orden  $\nu$ :

$$k_{pv} = \cos \frac{v \cdot \pi}{2K} \quad (\text{ec. 1.24})$$

donde  $1/K$  es la fracción de paso polar en la que están acortadas las bobinas.

Para el cálculo de cualquier armónico de la onda de la fuerza magnetomotriz creada por una pareja de bobinas de paso acortado, de  $\omega_{bob}$  espiras cada una, se pueden sustituir dichas bobinas por una única bobina diametral situada simétricamente a ambas y con  $2 \cdot \omega_{bob} \cdot k_{pv}$  espiras.

**1.4.2. Factor de distribución.** El factor de distribución de un devanado se puede definir como: “la relación que existe entre la amplitud de un armónico de fuerza magnetomotriz producido por una bobina distribuida y la amplitud del armónico correspondiente creado por una bobina diametral concentrada al mismo número de espiras”.

Para el armónico fundamental puede calcularse como:

$$k_{d1} = \frac{\text{Sen}(q \cdot \gamma_e)}{q \cdot \text{Sen} \frac{\gamma_e}{2}} \quad (\text{ec. 1.25})$$

y para un armónico cualquiera de orden  $v$ :

$$k_{dv} = \frac{\text{Sen}\left(q \cdot v \cdot \gamma_e\right)}{q \cdot \text{Sen}\left(v \cdot \frac{\gamma_e}{2}\right)} \quad (\text{ec. 1.26})$$

siendo  $q$  el número de ranuras por polo y por fase.

**1.4.3. Factor de devanado.** El factor de devanado va a permitir simplificar el cálculo de las distintas componentes de la onda de fuerza magnetomotriz creado por un devanado distribuido más complejo que los anteriores: en el caso de un devanado formado por  $p$  bobinas elementales por cada par de polos, regularmente distribuida sobre la periferia de la máquina y todas del mismo paso acortado, el valor de la onda fundamental o de un armónico cualquiera de orden  $v$  se puede obtener de la siguiente forma:

Se sustituye cada pareja de bobinas de paso acortado por su bobina diametral equivalente, situada simétricamente respecto a ella, mediante el factor de paso. Por tanto, ahora se dispondrá de  $\frac{p}{2}$  bobinas diametrales distribuidas, cada una de ellas con  $2 \cdot \omega_{bob} \cdot k_{pv}$  espiras ( $\omega_{bob}$  es el número de espiras de las bobinas de paso acortado). A continuación se sustituyen las  $\frac{p}{2}$  bobinas diametrales por una única bobina diametral por cada par de polos utilizando el factor de distribución. De este modo, se obtiene una bobina con

$$2 \cdot \omega_{bob} \cdot k_{pv} \cdot \frac{p}{2} \cdot k_{dv} = \omega_{bob} \cdot p \cdot k_{pv} \cdot k_{dv} = \frac{\omega_s}{p} \cdot k_{dv} \cdot k_{pv} \text{ espiras.}$$

Al término resultante de hacer el producto de los factores de paso y distribución para el armónico de orden  $v$  se le denomina factor de devanado del armónico de orden  $v$ .

$$k_{devv} = k_{dv} \cdot k_{pv} \quad (\text{ec. 1.27})$$

Por tanto, a efectos de creación de ondas de campo; correspondientes al armónico fundamental o a un armónico genérico, cualquier devanado con un número de espiras  $\frac{\omega_s}{P}$  por cada par de polos puede ser sustituido por una única bobina concentrada por par de polos, eléctricamente diametral y con el siguiente número de espiras:

$$\omega_{bob} f_v = \frac{\omega_s}{P} \cdot k_{devv} \quad (\text{ec. 1.28})$$

De esta manera, la amplitud del armónico fundamental de la fuerza magnetomotriz se puede calcular como:

$$F_1(t) = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\omega_s}{2 \cdot P} \cdot k_{dev1} \cdot i_{bob}(t) \quad (\text{ec. 1.29})$$

## 1.5. CAMPOS MAGNÉTICOS GIRATORIOS

Los campos magnéticos creados por los distintos tipos de devanados, descritos en apartados anteriores, pueden clasificarse en tres tipos diferentes:

- Campos fijos
- Campos alternativos
- Campos giratorios

En el primer caso, el eje del campo es fijo en el espacio y su modulo constante. El ejemplo más claro de este tipo de campo sería el creado por una bobina diametral recorrida por una intensidad  $I_c$  continua. Su forma de onda correspondería a la representada en la figura 4.

El segundo tipo de campo es muy similar al anterior, ya que su eje es fijo en el espacio, mientras que el modulo varia en el tiempo. Sería el campo creado por una bobina diametral recorrida por una corriente alterna. Por último, el campo giratorio es un campo magnético cuyo modulo es constante y su eje gira en el espacio. Este tipo de campo es el más característico de las máquinas eléctricas rotativas, ya que puede obtenerse por dos procedimientos distintos:

***Creación mediante un inductor móvil:*** en este caso se crea un campo fijo y se hace girar mediante una máquina externa.

***Creación del campo por medios fijos:*** el campo se genera mediante  $m$  campos alternativos creado por un sistema  $m$  fásico de corrientes.

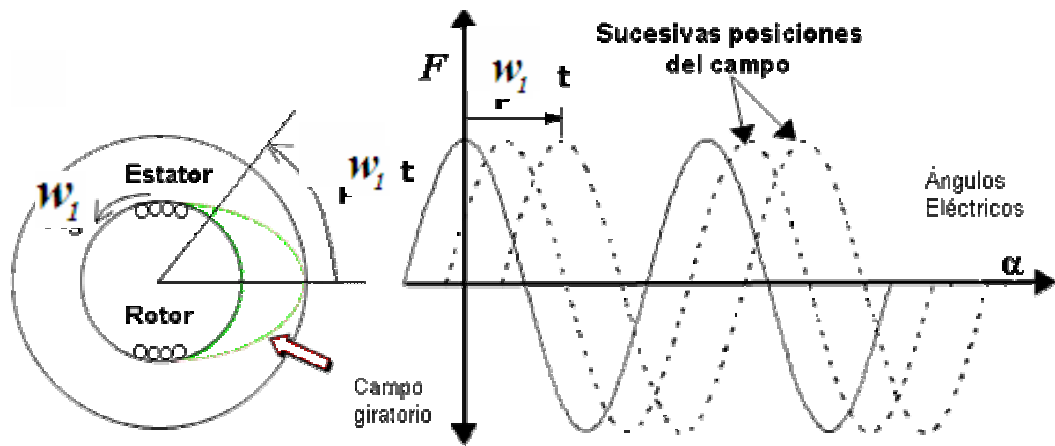
**1.5.1. Obtención del campo magnético giratorio mediante un inductor móvil.** La forma más directa de obtener un campo magnético giratorio es alimentar el devanado inductor con corriente continua de tal forma que se genere un campo de eje fijo, haciéndolo girar para obtener el campo giratorio: si el devanado inductor está montado sobre un eje, y se le hace girar a velocidad constante mediante la aplicación de una fuerza externa, se obtiene un campo de modulo constante cuyo eje gira en el espacio.

Según se desprende de la figura 12, en un punto cualquiera de coordenada angular  $\alpha$ , el valor de la fuerza magnetomotriz para el instante  $t=0$  será  $F_m = \cos \alpha$ .



Entonces, si el inductor gira con una velocidad geométrica  $\Omega$ , el ángulo eléctrico recorrido por la onda de campo al cabo de un cierto tiempo  $t$  será  $P \cdot \Omega \cdot t$ . Si se define la velocidad de pulsación eléctrica del campo de la siguiente forma:  $\omega_1 = P \cdot \Omega$ .

**Figura 12. Campo giratorio producido por un inductor móvil.**



la ecuación general de la onda de campo giratorio se podrá expresar como:

$$F(\alpha, t) = F_m \cdot \cos(\alpha - \omega_1 \cdot t) \quad (\text{ec. 1.30})$$

Expresión en la que si se considera la posibilidad de giro en el sentido contrario se convierte en:

$$F(\alpha, t) = F_m \cdot \cos(\alpha \mp \omega_1 \cdot t) \quad (\text{ec. 1.31})$$

Esta ecuación constituye la expresión general de una onda de tensión magnética que gira en el espacio con velocidad angular constante en cualquiera de los dos posibles sentidos de giro.

**1.5.2. Obtención del campo magnético giratorio mediante corrientes polifásicas.** En este caso, se trata de obtener una forma de onda giratoria, de características idénticas a la anterior a partir de un devanado estático. Para ello se utilizarán tres espiras diametrales, separadas  $120^\circ$  geométricos y recorridas por el mismo sistema trifásico de corrientes. En el cálculo se prescindirá de todos los armónicos de campo excepto del fundamental. Es decir, la onda de tensión magnética generada por las tres espiras será una onda giratoria de naturaleza escalonada, sin embargo, en el estudio que se realizará a continuación solo se considerará su primer armónico. Como origen de ángulos se tomará el eje magnético de la fase R. En la figura 13 se puede observar la distribución de las tres espiras a  $120^\circ$ .

En este caso el campo giratorio se obtendrá a partir de los campos alternativos de eje fijo creados al alimentar cada una de las fases mediante corrientes senoidales. Si las corrientes circulantes por las tres espiras del devanado responden a las siguientes ecuaciones:

$$I_R = I_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \quad (\text{ec. 1.32})$$

$$I_S = I_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - 120^\circ) \quad (\text{ec. 1.33})$$

$$I_T = I_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - 240^\circ) \quad (\text{ec. 1.34})$$

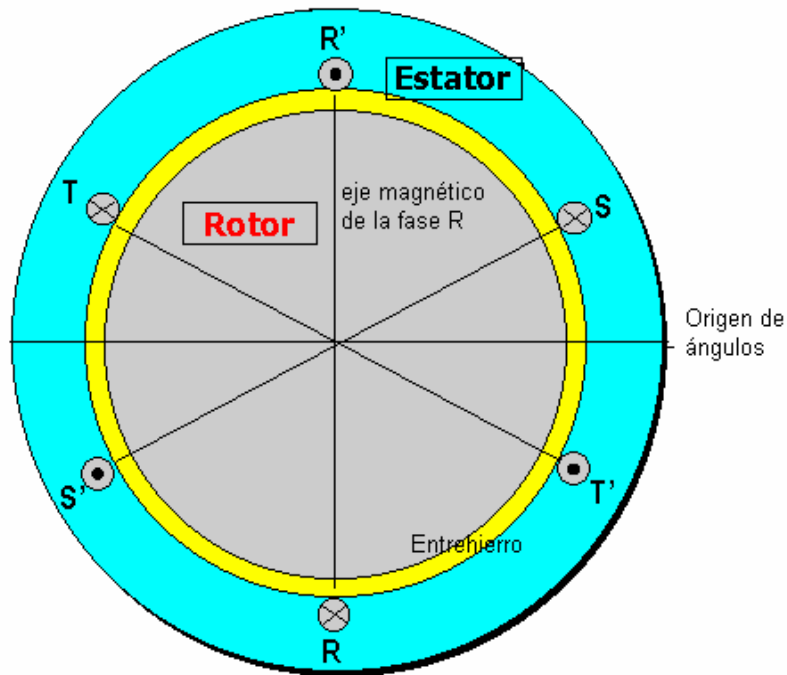
En un instante de tiempo cualquiera, los valores máximos del primer armónico de fuerza magnetomotriz podrán calcularse para cada una de las fases de la siguiente forma:

$$F_{mR} = F_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \quad (\text{ec. 1.35})$$

$$F_{mS} = F_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - 120^\circ) \quad (\text{ec. 1.36})$$

$$F_{mT} = F_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - 240^\circ) \quad (\text{ec. 1.37})$$

**Figura 13. Distribución de bobinas elementales para la creación de un campo giratorio a partir de un sistema trifásico de corrientes.**



Tomando como origen el eje magnético de la fase R, el valor de cada una de las ondas anteriores en un punto genérico del entrehierro de la máquina será:

$$F_R(\alpha) = F_{mR} \cdot \cos(\alpha) = F_m \cdot (\omega_1 \cdot t) \cdot \cos(\alpha) \quad (\text{ec. 1.38})$$

$$F_S(\alpha) = F_{mS} \cdot \cos(\alpha - 120^\circ) = F_m \cdot (\omega_1 \cdot t - 120^\circ) \cdot \cos(\alpha - 120^\circ) \quad (\text{ec. 1.39})$$

$$F_T(\alpha) = F_{mT} \cdot \cos(\alpha - 120^\circ) = F_m \cdot (\omega_1 \cdot t - 240^\circ) \cdot \cos(\alpha - 240^\circ) \quad (\text{ec. 1.40})$$

El campo total resultante será la superposición de los tres campos anteriores:

$$F_{\text{resultante}} = \frac{3}{2} \cdot F_m \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - \alpha) = \frac{3}{2} \cdot F_m \cdot \cos(\alpha - \omega_1 \cdot t) \quad (\text{ec. 1.41})$$

Expresión que corresponde a un campo magnético giratorio de módulo constante y velocidad angular uniforme  $\omega_1$  radianes eléctricos por segundo. El sentido de giro del campo coincide con la secuencia de fases del sistema trifásico de alimentación, de tal forma que el máximo del campo giratorio resultante aparece sobre el eje de la fase que en ese instante esta recorrida por la máxima corriente.

En una máquina con un par de polos se cumple que  $\omega_1 = \Omega$ , es decir, que la velocidad de giro del campo en radianes eléctricos coincide con la velocidad de giro del rotor en radianes geométricos. En este caso la velocidad de giro del campo en revoluciones por minuto será:

$$n_1 = \Omega \cdot \frac{60}{2\pi} = \frac{60 \cdot \omega_1}{2\pi} = 60 \cdot f_1 \quad (\text{ec. 1.42})$$

Donde  $f_1$  es la frecuencia de las corrientes de alimentación de la máquina.

En el caso de una máquina de  $P$  pares de polos, la relación entre la velocidad del campo en ángulos eléctricos y la del rotor en ángulos geométricos es:

$P \cdot \Omega = \omega_1$ , por tanto, la velocidad de giro del campo en revoluciones por minuto será:

$$n_1 = \frac{\omega_1}{P} \cdot \frac{60}{2\pi} = \frac{60 \cdot f_1}{P} \quad (\text{ec. 1.43})$$

A esta velocidad se la conoce con el nombre *de velocidad de sincronismo* y va ser fundamental a la hora de analizar el comportamiento de las máquinas eléctricas rotativas, ya que definirá su máxima velocidad de giro. La forma en la que se ha creado el campo giratorio para un devanado trifásico se puede generalizar para cualquier devanado polifásico a partir del teorema de Ferraris.

**1.5.2.1. Teorema de Ferraris.** *Un devanado m-fásico recorrido por un sistema equilibrado de corrientes m-fásicas crea un campo magnético giratorio, cuya componente fundamental tiene una amplitud de  $m/2$  la amplitud de la componente fundamental del campo alternativo creado por una fase, y gira a una velocidad igual a la pulsación eléctrica de las corrientes.*

**1.5.2.2. Teorema de Leblanc.** En las máquinas eléctricas rotativas algunas de las averías, como la rotura de barras rotóricas en los motores de inducción, producen campos alternativos de eje fijo localizados en la zona donde se encuentra el fallo. Para el análisis de los efectos que ese campo produce sobre otras variables de la máquina como las corrientes de alimentación o el par, es necesario descomponerlos en armónicos de campo giratorio cuyas fuerzas electromotrices sobre los devanados de la máquina puedan ser estudiadas. Esta descomposición se puede realizar a partir del teorema de Leblanc que indica la forma

de convertir un campo alternativo de eje fijo en una pareja de campos magnéticos giratorios: *“Cualquier armónico de un campo magnético alternativo, de eje fijo, creado por una corriente de pulsación angular  $\omega$  se puede descomponer en dos campos giratorios, de sentidos de giro opuestos, amplitud la mitad de la amplitud del campo original y velocidad angular de giro  $\omega$  idéntica a la pulsación de la corriente”*.

Las consecuencias de este teorema son, además, importantes desde el punto de vista del diseño de las máquinas eléctricas rotativas. Los devanados que crean el campo en las máquinas polifásicas de corriente alterna se sitúan espaciados uniformemente a lo largo de la máquina, y las corrientes que circulan por ellos están desfasadas en el tiempo también de forma constante. El resultado de esta distribución da la suma de todos los campos de secuencia de giro inversa, correspondientes a cada bobina individual de los devanados es nula, mientras que los de secuencia positiva son los que generan el campo resultante de la máquina. Por este motivo, en una máquina sana e idealmente construida no deberían aparecer armónicos de campo de sentido de giro inverso.

**1.5.3. Ecuaciones de las ondas pulsantes y móviles.** En las máquinas eléctricas pueden crearse campos magnéticos giratorios y campos fijos en el espacio pero pulsantes en el tiempo. La expresión matemática de la onda que pulsa en el tiempo según la ley sinusoidal y que esta distribuida en el espacio de acuerdo con esta misma ley, se puede escribir de la forma siguiente:

$$F_{(t,a)} = F_m \cdot \text{Sen} \omega t \cdot \cos \frac{2\pi}{T_{es}} x = F_m \cdot \text{sent}' \cdot \cos a \quad (\text{ec. 1.44})$$

Donde

$$t' = \omega t = \frac{2\pi}{T} t; \quad a = \frac{2\pi}{T_{es}} x$$

$T$  es el periodo de tiempo de la onda.

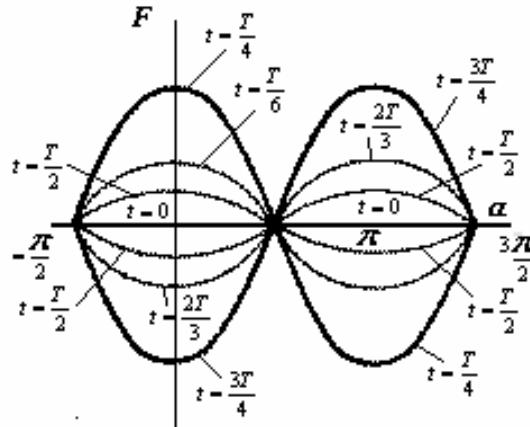
$T_{es}$  es el periodo espacial de la onda.

$F_m$  es la máxima amplitud magnética de la onda.

La coordenada del tiempo  $t'$  y la coordenada espacial  $a$  se expresan en unidades angulares.

En las máquinas eléctricas  $T_{es} = 2\tau$ , donde  $\tau$  es el paso polar de la máquina, y  $\omega = 2\pi f$  donde  $f$  es la frecuencia.

**Figura 14. Ondas pulsantes en diferentes momentos del tiempo.**



En la figura 14 se representa una onda pulsante en distintos momentos de tiempo. Sus puntos característicos son:  $a = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$ , en los cuales la ecuación 1.44 se hace igual a cero para cualquier instante, y  $a = 0, \pi, 2\pi, \dots$ , en los cuales la ecuación 1.44, variando en el tiempo según la ley sinusoidal, adquiere los valores máximos positivos y negativos. Los puntos primeros se llaman nodos de la onda y los segundos, vientres de onda.

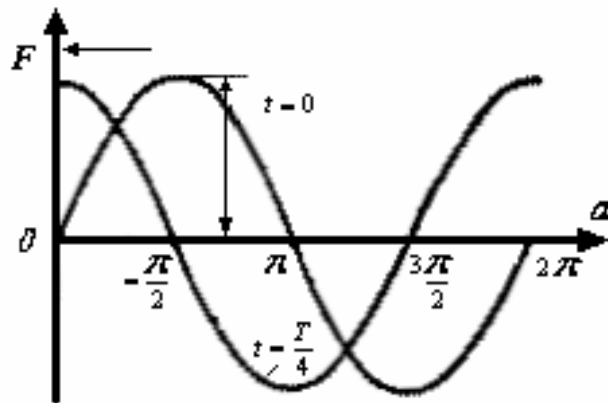
La expresión matemática de una onda móvil es igual a:

$$F_{(t,a)} = F_m \cdot \text{sen}(t' \pm a) \quad (\text{ec. 1.45})$$

Aquí los valores de  $t'$  y  $a$  son los mismos que arriba.

A diferencia de la onda pulsante el valor máximo de la onda móvil, durante todo el periodo espacial, no se convierte en cero en ningún valor del tiempo. En el sistema de coordenadas, con el aumento del tiempo  $t$ , el valor máximo de la onda se desplaza hacia la derecha o hacia la izquierda, de donde surge la noción de *onda progresiva* y *onda móvil inversa*.

**Figura 15. Posición de una onda móvil inversa para dos momentos de tiempo.**



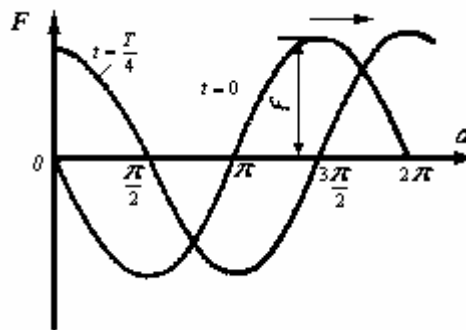
En la figura 15 esta representada la posición de la onda

$$F_{(t,a)} = F_m \text{sen}(t' + a) \quad (\text{ec. 1.46})$$



para el valor del tiempo  $t' = 0$  y  $t' = \pi/2$ . Puesto que en este caso, con el aumento del tiempo, el máximo de la onda se desplaza hacia la izquierda, entonces, evidentemente, el signo “más” ante la letra  $a$  corresponde a la onda móvil inversa.

**Figura 16. Posición de una onda progresiva para dos momentos de tiempo.**



En la figura 16 se muestra la posición de la onda

$$F_{(t,a)} = F_m \sin(t' - a) \quad (\text{ec. 1.47})$$

para los valores del tiempo  $t' = 0$  y  $t' = \pi/2$ . En este caso el máximo de la onda se desplaza hacia la derecha, por lo cual el signo “menos” ante  $a$  corresponde a la onda progresiva.

La noción de onda progresiva y onda móvil inversa depende del sistema de coordenadas. En las máquinas eléctricas de corriente alterna, el campo magnético que circula a lo largo de la circunferencia del entrehierro se convierte en giratorio, por lo tanto, se estudiarán las ondas giratorias de las fuerzas magnéticas y de los campos magnéticos.

El campo magnético de la máquina se puede descomponer en dos campos pulsantes desplazados en el espacio y en el tiempo. Efectivamente de la ecuación 1.45 se deduce que el valor de la fuerza magnetomotriz en el instante dado  $t$  y en el punto dado  $x$  de la circunferencia del estator se expresa de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} F_{(t,a)} &= F_m \text{sen}(t' \pm a) = F_m \text{sen} t' \cos a \pm F_m \cos t' \text{sen} a = \\ &F_m \text{sen} t' \cos a \pm F_m \text{sen} \left( t' - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( a - \frac{\pi}{2} \right) = F_{a1} + F_{a2} \end{aligned} \quad (\text{ec. 1.48})$$

Donde

$$F_{a1} = F_m \text{sen} t' \cos a$$

representa el campo pulsante para el cual el origen de las coordenadas esta enfrente del vientre de la onda, y

$$F_{a2} = \pm F_m \text{sen} \left( t' - \frac{\pi}{2} \right) \cos \left( a - \frac{\pi}{2} \right)$$

representa el campo pulsante desplazado del campo  $F_{a1}$  en el espacio y en el tiempo a un ángulo de  $\pm \pi/2$ .

El campo pulsante se puede descomponer en dos campos que giran en sentidos opuestos con amplitudes iguales a la mitad de la amplitud máxima del campo pulsante. Esta tesis se desprende de la siguiente transformación trigonométrica de la ecuación 1.44 para la onda pulsante del campo:

$$F_{(t,a)} = F_m \text{sen} t' \cos a = \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' - a) + \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' + a) \quad (\text{ec. 1.49})$$

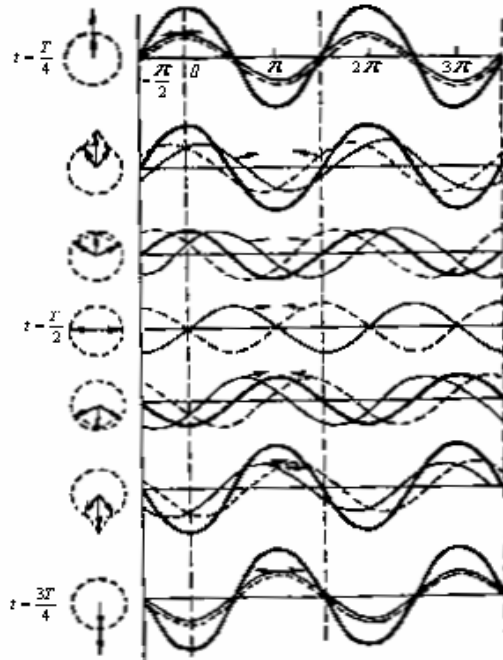
La descomposición antes dicha esta representada gráficamente en la figura 17; un campo giratorio sinusoidal se puede obtener de tres campos pulsantes sinusoidales que estén desplazados entre sí en el espacio y en el tiempo a  $2\pi/3$ , la amplitud invariable de este campo giratorio será igual a  $3/2$  de la amplitud de cada uno de los campos pulsantes, esta tesis se puede demostrar trigonométricamente si sumamos las expresiones. Para los tres campos pulsantes descompuestos previamente en campos que corren en direcciones opuestas:

$$F_{A(t,a)} = F_m \text{sen} t' \cos a = \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' - a) + \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' + a) \quad (\text{ec. 1.50})$$

$$F_{B(t,a)} = F_m \text{sen}\left(t' - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(a - \frac{2\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' - a) + \frac{1}{2} F_m \text{sen}\left(t' + a - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (\text{ec. 1.51})$$

$$F_{C(t,a)} = F_m \text{sen}\left(t' - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(a - \frac{4\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' - a) + \frac{1}{2} F_m \text{sen}\left(t' + a - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{ec. 1.52})$$

**Figura 17. Descomposición de un campo pulsante en dos campos giratorios.**



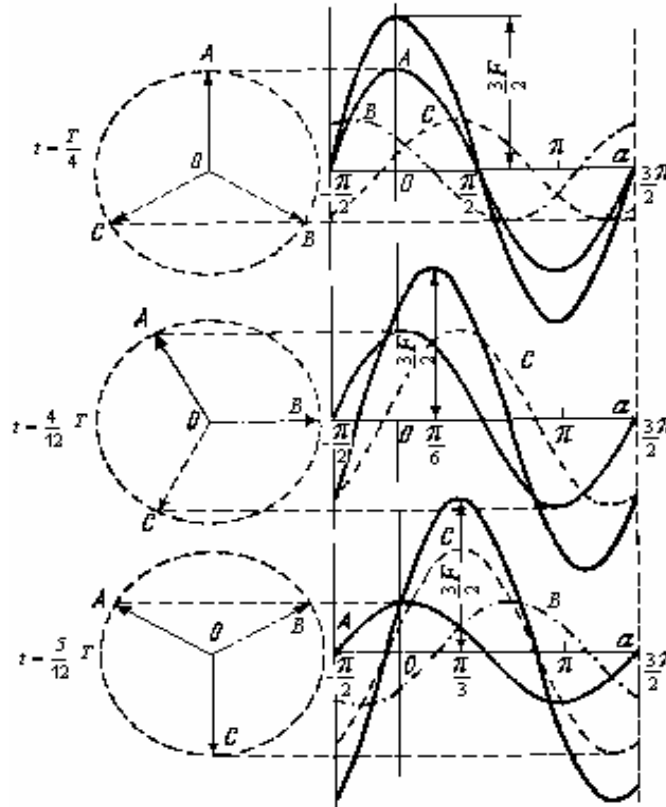
La suma de los campos móviles inversos es:

$$\frac{1}{2} F_m \left[ \text{sen}(t' + a) + \text{sen}\left(t' + a - \frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}\left(t' + a - \frac{2\pi}{3}\right) \right] = 0$$

es decir, en el caso dado, cuando los campos pulsantes, retrasados de fase en un ángulo de  $2\pi/3$ , están dispuestos en la dirección positiva del eje de abscisas, los campos móviles inversos se equilibran recíprocamente y la suma de los campos progresivos será:

$$F_{(t,a)} = F_{A(t,a)} + F_{B(t,a)} + F_{C(t,a)} = \frac{3}{2} F_m \text{sen}(t' - a) \quad (\text{ec. 1.53})$$

**Figura 18. Adición de tres ondas pulsantes desplazadas en el espacio y en el tiempo en  $120^\circ$**



Esta tesis también se deriva de la suma gráfica de los tres campos pulsantes representada en la figura 18 con los desplazamientos entre sí indicados. De este mismo modo el campo giratorio se puede también obtener de  $m$  campos pulsantes desplazados entre sí en un ángulo de  $2\pi/m$ . En este caso, el campo progresivo resultante será igual a:

$$F_{(t,a)} = F_{A(t,a)} + F_{B(t,a)} + \dots + F_{m(t,a)} = \frac{m}{2} F_m \text{sen}(t' - a) \quad (\text{ec. 1.54})$$

Por ejemplo, cuando el sistema es bifásico, es decir, cuando  $m = 2$ ,

$$F_{A(t,a)} = F_m \text{sen} t' \cos a = \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' - a) + \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' + a);$$

$$F_{B(t,a)} = F_m \text{sen}\left(t' - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(a - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' - a) + \frac{1}{2} F_m \text{sen}(t' + a - \pi),$$

y el campo resultante

$$F_{(t,a)} = F_{A(t,a)} + F_{B(t,a)} = F_m \text{sen}(t' - a)$$

## 1.6. FUERZAS ELECTROMOTRICES INDUCIDAS

Todo conductor sometido a la acción de un flujo variable experimenta la acción de una fuerza electromotriz inducida según la ley de Lenz. En el caso particular de un campo magnético giratorio, aunque la amplitud de campo es constante, la variación espacial de su posición es la que genera la fuerza electromotriz. Se trata a continuación de calcular la expresión de la fuerza electromotriz inducida en una espira por un campo magnético giratorio. Para ello se partirá de la expresión genérica de un campo giratorio:

$$B(\alpha, t) = B_m \cdot \text{Sen}(\omega \cdot t - \alpha) \quad (\text{ec. 1.55})$$

en este caso, el flujo abarcado por la espira de la figura 19 se podrá calcular como:

$$\varphi(t) = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B(\alpha, t) \cdot l \cdot r \cdot d\alpha = \int_{\theta}^{\theta+\pi} B_m \cdot \text{Sen}(\omega \cdot t - \alpha) \cdot l \cdot r \cdot d\alpha = -2 \cdot l \cdot r \cdot \text{Cos}(\omega \cdot t - \theta) \cdot B_m$$

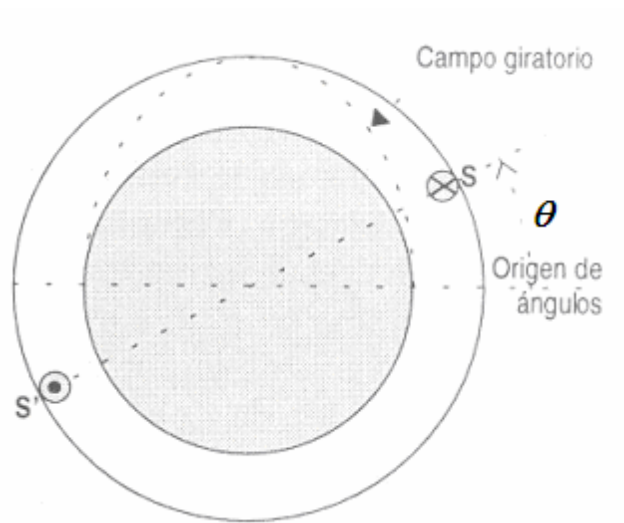
$$\varphi(t) = -\varphi_m \cdot \text{Cos}(\omega \cdot t - \theta) \quad (\text{ec. 1.56})$$

Donde  $l_r$  es la longitud del rotor y  $r$  su radio.

La fuerza electromotriz se calculara a partir de la ley de Lenz como:

$$e = -\frac{d\varphi}{dt} = \varphi_m \cdot \text{Sen}(\omega \cdot t - \theta) \cdot \omega \quad (\text{ec. 1.57})$$

**Figura 19. Calculo de la fuerza electromotriz inducida en una espira diametral por un campo magnético giratorio.**



Si la bobina tiene  $\omega_{bob}$  espiras, entonces:

$$e = \omega_{bob} \cdot \omega \cdot \varphi_m \cdot \text{Sen}(\omega \cdot t - \theta) \quad (\text{ec. 1.58})$$

El valor eficaz de la expresión anterior será:

$$E = \omega \cdot \omega_{bob} \frac{\varphi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f \cdot \omega_{bob} \cdot \varphi_m \quad (\text{ec. 1.59})$$

De los cálculos que se acaban de realizar, se deduce que la fuerza electromotriz inducida en la espira es de la misma frecuencia que la velocidad de giro del campo giratorio. Además, la posición de la bobina no influye en el valor máximo de la fuerza electromotriz, pero sí en un ángulo de desfase. Todos los cálculos realizados aquí corresponden al primer armónico de la fuerza electromotriz. En máquinas eléctricas reales aparecerán múltiples armónicos en la fuerza electromotriz inducida, y al igual que en el caso del campo, la distribución de los devanados reducirá sus amplitudes, aproximando más los resultados al caso ideal de campos y fuerzas electromotrices perfectamente senoidales.

## 2. MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Los motores asíncronos o de inducción se utilizan en el accionamiento de todo tipo de máquinas rotativas: bombas, ventiladores, soplantes, máquinas-herramienta, molinos, etc. Su uso generalizado se debe a su simplicidad constructiva que las hace más simples, económicas y robustas que los otros tipos de máquinas eléctricas rotativas.

### 2.1. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

Las máquinas asíncronas o de inducción presentan en el estator un devanado polifásico alimentado mediante un sistema polifásico de tensiones, el cual genera un campo giratorio. El rotor, parte móvil de la máquina, está formado por un conjunto de espiras en cortocircuito. Puesto que el estator crea un campo giratorio, el flujo abarcado por las espiras del rotor será variable y, por tanto, en el se inducirá fuerza electromotriz tal y como indica la ley de Lenz.

Al estar las espiras del rotor en cortocircuito, la fuerza electromotriz inducida provocará la circulación de corriente por ellas. Entonces, la presencia de conductores atravesados por corriente eléctrica en el seno de un campo magnético dará lugar a la aparición de una fuerza tangencial sobre cada espira del rotor que responderá a la ley de Biot y Savart. (ec. 1.3):

$$d\vec{F} = i \cdot \left[ d\vec{l} \wedge \vec{\beta} \right]$$

Puesto que según la ley de Lenz la fuerza electromotriz inducida debe oponerse a las variaciones del flujo que la crea, la circulación de las corrientes será tal que trate de hacer girar al rotor en el mismo sentido que el campo giratorio ya que, de este modo, se reduce la



variación del flujo abarcado por las espiras del primero. Es decir, la fuerza tangencial producirá un par motor, incluso cuando la máquina esté inicialmente parada.

Según el principio de funcionamiento, la máquina de inducción siempre girará a una velocidad inferior a la del campo giratorio, ya que si ambas velocidades llegasen a igualarse, desaparecería la fuerza electromotriz inducida y, por tanto, el par motor. A la velocidad de giro del campo se la llama velocidad de sincronismo y sólo depende de la frecuencia de las corrientes de alimentación y del número de polos del motor. La velocidad de giro nominal de un motor de inducción suele estar comprendida entre el 92 y el 99% de la velocidad de sincronismo. Para expresar la diferencia entre la velocidad de sincronismo y la de giro es utilizar el concepto de deslizamiento, definido así:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \text{deslizamiento} \quad (\text{ec. 2.1})$$

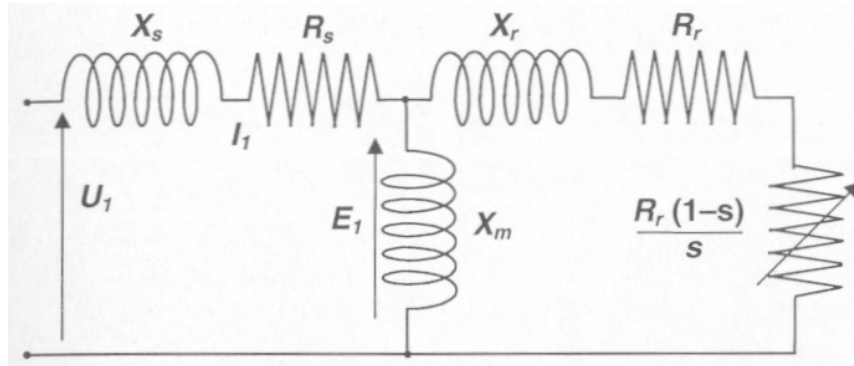
$n_1$  = velocidad de sincronismo

$n$  = velocidad real del rotor

El circuito equivalente de una máquina asíncrona es simple, y permite calcular con gran facilidad la ecuación que rige el comportamiento de este tipo de motor.

En la figura 20 se muestra una representación esquemática del circuito equivalente de un motor asíncrono.

**Figura 20. Circuito equivalente de un motor de inducción.**



La ecuación fasorial que conforme al circuito anterior determina el comportamiento del motor se puede expresar de la siguiente forma:

$$U_1 = E_1 + R_s * I_1 + jX_s * I_1 \quad (\text{ec. 2.2})$$

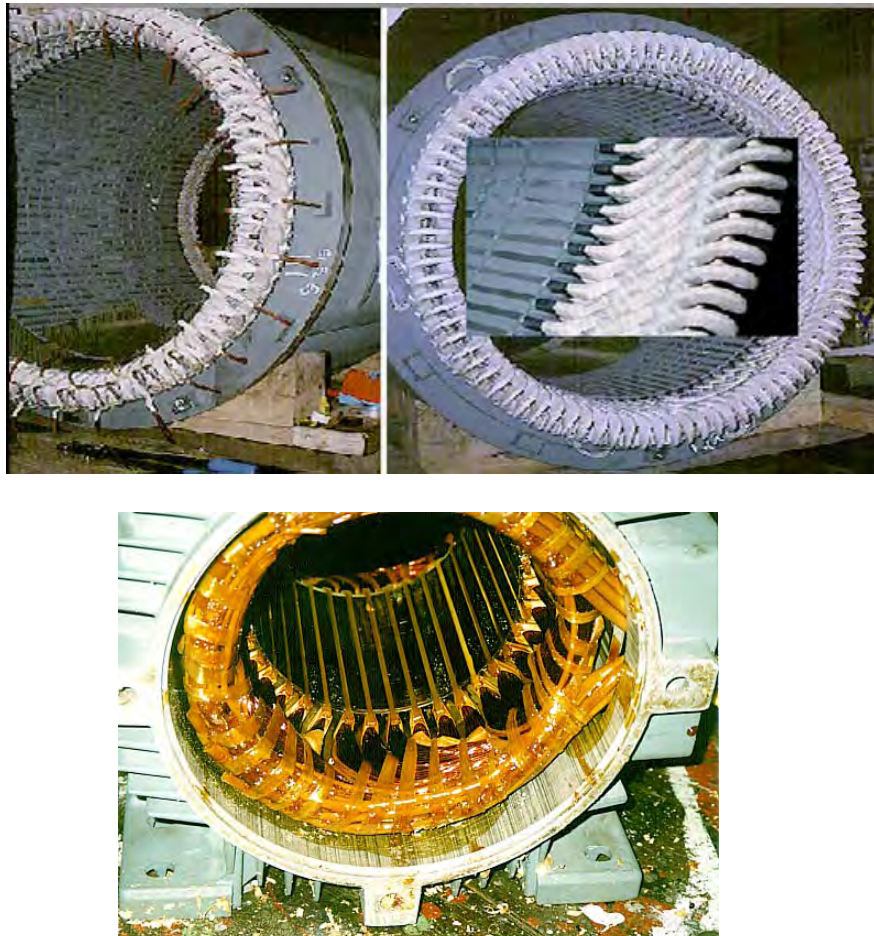
- $U_1$  = tensión entre terminales del estator
- $E_1$  = fuerza contraelectromotriz generada por el flujo resultante que atraviesa los devanados de la máquina.
- $I_1$  = corriente estatórica.
- $R_s$  = resistencia del estator.
- $X_s$  = reactancia de dispersión del estator.
- $R_r$  = resistencia del rotor

Hay que indicar que las caídas de tensión en la resistencia y en la reactancia son tan pequeñas, en funcionamiento nominal, que  $E_1$  puede considerarse igual a  $U_1$ .

## 2.2. CONSTITUCIÓN FÍSICA DE LA MÁQUINA ASÍNCRONA

El motor trifásico de inducción, consta de dos partes bien diferenciadas como son la parte fija o estator y la parte giratoria o rotor. Ambas se encuentran separadas por un pequeño espacio libre que recibe el nombre de entrehierro, y que permite el libre giro del rotor en el interior de la máquina. El estator está formado por un núcleo de chapas magnéticas aisladas y apiladas, con un devanado trifásico situado en unas ranuras hechas en la superficie interior. En máquinas de baja tensión y potencias no muy elevadas este devanado está fabricado con hilo de cobre esmaltado. En grandes máquinas de media tensión suele ser de pletina de cobre aislada con aislamientos del tipo mica-epoxy.

**Figura 21. Detalle del devanado estatórico de tres motores de inducción.**



En la figura 21 se pueden observar tres motores a los que se ha extraído el rotor. En ellas aparecen los devanados estatóricos y las ranuras del núcleo magnético.

El rotor es un cilindro macizo ranurado por el exterior. Existen, básicamente dos ejecuciones posibles para el rotor: jaula de ardilla y rotor bobinado o de anillos rozantes. En el primero se emplean unos conductores uniformemente distribuidos por las ranuras periféricas del rotor, normalmente barras de cobre o de aluminio desnudas, cuyos extremos se cortocircuitan por medio de unos anillos denominados *anillos de cortocircuito*. La variedad en el diseño de estas jaulas es grande, dependiendo principalmente de las características de arranque deseadas para el motor.

El rotor bobinado, esta formado por un devanado trifásico similar al estatórico. Las tres fases se suelen conectar en estrella y los terminales libres se conectan a unos anillos aislados entre sí y del eje, sobre los que deslizan unas escobillas. Este segundo tipo de rotor suele ser exclusivo de motores de una gran potencia y tamaño, en los que la corriente de arranque se modifica mediante la variación de la resistencia rotórica  $R_r$  desde el exterior. Para ello a los anillos de cortocircuito se conectan resistencias que se varían durante el arranque de la máquina para conseguir pares de arranque elevados. En la figura 22.a se puede observar la jaula de un motor jaula de ardilla y en la figura 22.b observamos el rotor de jaula de un motor de inducción de gran tamaño.

El motor, para su conexión con la red eléctrica, dispone de una caja en la que se encuentran los terminales que irán conectados a la red trifásica. Esta caja por lo general, presenta seis terminales unidos directamente a los dos extremos de cada una de las fases del devanado estatórico. Dichos terminales reciben denominaciones normalizadas: los principios de fase con las letras  $U_1, V_1$  y  $W_1$  y los finales  $U_2, V_2$  y  $W_2$ .

**Figura 22. Rotor de jaula de ardilla. (a) jaula de un motor jaula de ardilla. (b) rotor de un motor de inducción jaula de ardilla**



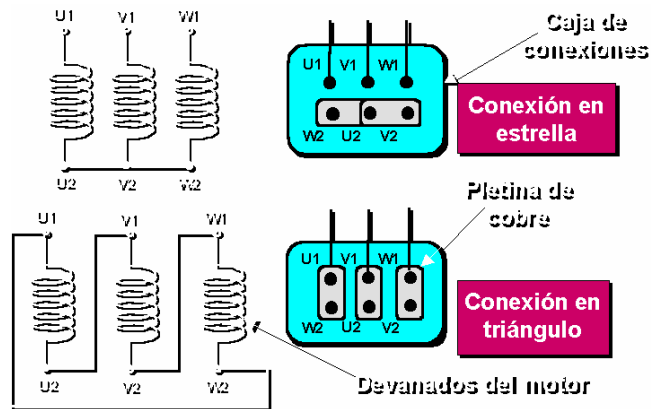
(a)



(b)

Hay que hacer notar que los finales de cada fase no se alinean con los principios con objeto de que sea fácil la realización de las conexiones estrella y triángulo mediante el empleo de pletinas de cobre normalizadas. En la figura 23 se muestra un esquema de la caja de conexiones del motor así como las dos formas posibles de conexión en estrella y triángulo.

**Figura 23. Conexionado externo de los motores de inducción.**



Como se puede observar en dicha figura, existen dos posibilidades que permiten conectar los devanados en estrella y en triángulo, según cuál de las dos posibilidades se escoja será posible alimentar el motor con dos tensiones diferentes: si se conecta en triángulo, la tensión de línea de la alimentación se aplicará íntegramente al devanado, mientras que en la conexión estrella sólo la tensión de fase (1,73 veces menor) la que se aplica al mismo. En este último caso, para una potencia determinada, la corriente absorbida por el motor será 1,73 veces menor que la absorbida para la conexión en triángulo.

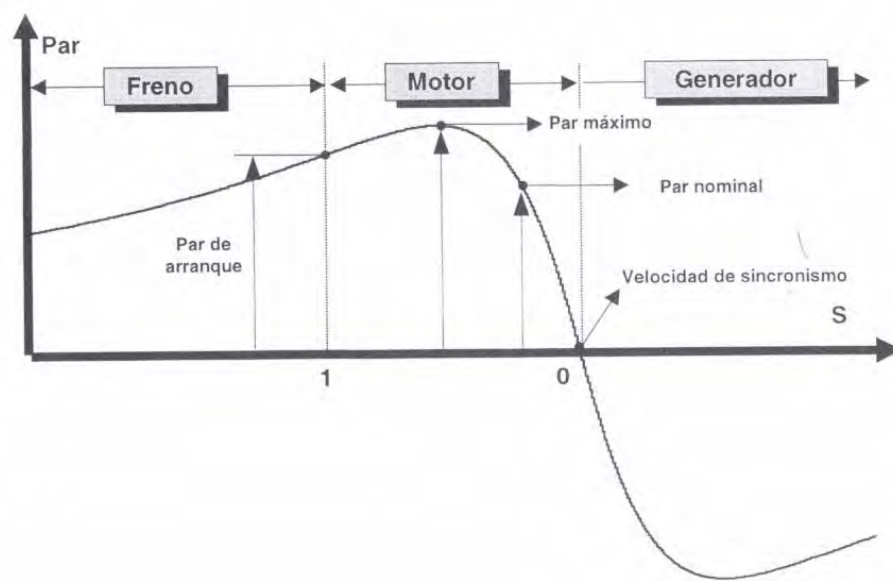
### **2.3. CURVAS CARACTERÍSTICAS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS.**

De todas las funciones que representan las variables de un motor eléctrico, sin duda, es la característica mecánica el dato que más y mejor información aporta sobre su comportamiento. Consiste en la representación de la curva *Par-Velocidad*, cuando la máquina está alimentada a su tensión y frecuencia nominales. En la figura siguiente se presenta la característica mecánica de un motor de inducción en la que se han señalado los

puntos más significativos y las tres posibles zonas de trabajo. En ella se puede apreciar como los puntos de mayor interés son los siguientes:

- **Par de arranque:** par que desarrolla el motor con velocidad nula.
- **Par máximo:** el mayor que podrá desarrollar el motor.
- **Par nominal:** el desarrollado a la velocidad nominal.

**Figura 24. Característica mecánica de un motor de inducción.**



La máquina asíncrona cuando trabaja como motor lo hace, en general, en las proximidades del punto de funcionamiento nominal, que siempre está a la derecha del punto de par máximo. Para velocidades superiores a la de sincronismo, la máquina se encuentra en funcionamiento como generador. Como se puede apreciar en la figura 24, en este caso el par es negativo, es decir tomará la potencia mecánica de una fuente externa a través del eje. La máquina asíncrona necesita una aportación de energía reactiva externa para poder

trabajar como generador. Esta aportación de energía reactiva puede provenir de la propia red eléctrica, cuando el generador se encuentra conectado a ella, o de una batería de condensadores cuando la máquina funciona aislada. En cualquiera de los dos casos, este tipo de generador presenta como particularidad su capacidad para producir energía eléctrica con una cierta independencia de su velocidad de giro, lo que hace que sea más utilizado en instalaciones donde la energía eólica es la fuente primaria empleada.

La relación que existe entre el par suministrado por el motor y la tensión a la que está alimentado es cuadrática, es decir, cuando se reduce la tensión de alimentación, el par se reduce con el cuadrado de la misma, de forma que si el motor se alimenta, por ejemplo, con un 70% de la tensión nominal, los pares son a cada velocidad la mitad de los obtenidos a la tensión nominal.

Por otro lado si se varía la resistencia rotórica el máximo de la curva se desplaza paralelamente hacia la izquierda, produciéndose el par máximo a velocidades mucho menores. Este hecho permite gobernar el arranque en los motores de rotor bobinado mediante la inserción de resistencias entre los anillos de cortocircuito. En el caso de los rotores de jaula, es la propia geometría de la jaula; en particular la forma y sección de las barras, el parámetro que permite modificar la característica mecánica del motor obteniendo diferentes pares de arranque.

## **2.4. EL MANTENIMIENTO DE LAS MÁQUINAS ASÍNCRONAS**

Las máquinas asíncronas debido a sus características constructivas son las más robustas y, por tanto, las que menor mantenimiento precisan de todas las máquinas rotativas. Sin embargo, a su uso generalizado en todo tipo de plantas industriales, su aplicación en procesos críticos para la producción, y el hecho de que algunas de las averías que pueden padecer son destructivas para el conjunto de las máquinas, el conocimiento de su estado



interno se ha convertido en una necesidad si se desea alargar su vida útil y evitar paradas repentinas.

En un motor asíncrono las averías más frecuentes se pueden clasificar en cuatro grupos:

- Fallos mecánicos.
- Asimetrías rotóricas.
- Defectos en el sistema aislante.
- Fallos en los núcleos magnéticos.

Los fallos mecánicos corresponden a averías en los cojinetes, aflojamiento en elementos de sujeción del paquete magnético, desalineación de ejes, desequilibrio del rotor y regímenes anómalos de vibración. Su principal medio de diagnóstico va a consistir en el análisis espectral de la vibración de la máquina.

Las asimetrías rotóricas se pueden definir como la rotura o agrietamiento de las barras o anillos de la jaula rotórica y las modificaciones en el tamaño del entrehierro conocidas como excentricidades estática y dinámica. Puesto que este tipo de fallo produce alteraciones en el campo magnético de la máquina, y éstas inducirán fuerzas electromotrices en el estator, podrá ser detectado principalmente mediante el análisis espectral de las corrientes de alimentación.

Los defectos del sistema aislante en este tipo de motores son comunes a todas las máquinas eléctricas que empleen aislantes del mismo tipo, generalmente compuestos mica-epoxy, cuando la máquina trabaja a media tensión. Este tipo de fallos van desde la presencia de contaminación o humedad, falta de compactación del muro aislante, defectos de aislamiento en las zonas sometidas a mayores esfuerzos dieléctricos y mecánicos (cabezas

de bobina) y finalmente cortocircuitos entre espiras, e incluso entre fases del devanado y tierra.

Los fallos del paquete magnético consisten en la degradación del aislamiento que existe entre chapas, lo que origina la presencia de puntos en los que es posible la circulación de corrientes parásitas y, por tanto, se produce un elevado calentamiento del núcleo. La forma más habitual para detectar este tipo de avería es la termografía infrarroja.

### 3. MÉTODOS PARA EL ANÁLISIS DE SEÑALES

Puesto que la finalidad del mantenimiento predictivo es la detección de la avería cuando se encuentra en estado incipiente, será necesario emplear técnicas de análisis y detección que permitan identificarla cuando todavía no haya producido efectos notables en el comportamiento del equipo.

Por otro lado, puesto que durante la recolección de datos no se debe interrumpir el normal funcionamiento de la máquina o la instalación, las variables utilizadas para el diagnóstico deben poder ser adquiridas cumpliendo dicha restricción. Desde este punto de vista parece lo más adecuado el empleo de las variables eléctricas y de las vibraciones, ya que ambas son fácilmente obtenidas sin modificación del estado o estructura de la máquina. El inconveniente que se plantea en este caso es que ambas variables no sufren alteraciones que se puedan detectar con métodos convencionales de análisis. Mientras el grado de avería no alcance cotas catastróficas, es prácticamente imposible descubrir la existencia de algunos de los fallos más comunes de las máquinas eléctricas; por ejemplo, el valor eficaz de la corriente de alimentación de un motor eléctrico, o su nivel global de vibración, no sufren variaciones que puedan ser diagnosticadas con los equipos de medida habituales: amperímetros, osciloscopios, vibrómetros, etc., cuando el rotor presenta la rotura o agrietamiento incipiente de algunas de las barras rotóricas.

El problema anterior se solventa con el empleo de técnicas de análisis que muy frecuentemente están basadas en el estudio de señales en el dominio de la frecuencia-*análisis espectral* o en el empleo de características muy específicas de la máquina o de la parte que esta sometida a estudio.

### **3.1. ANÁLISIS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA**

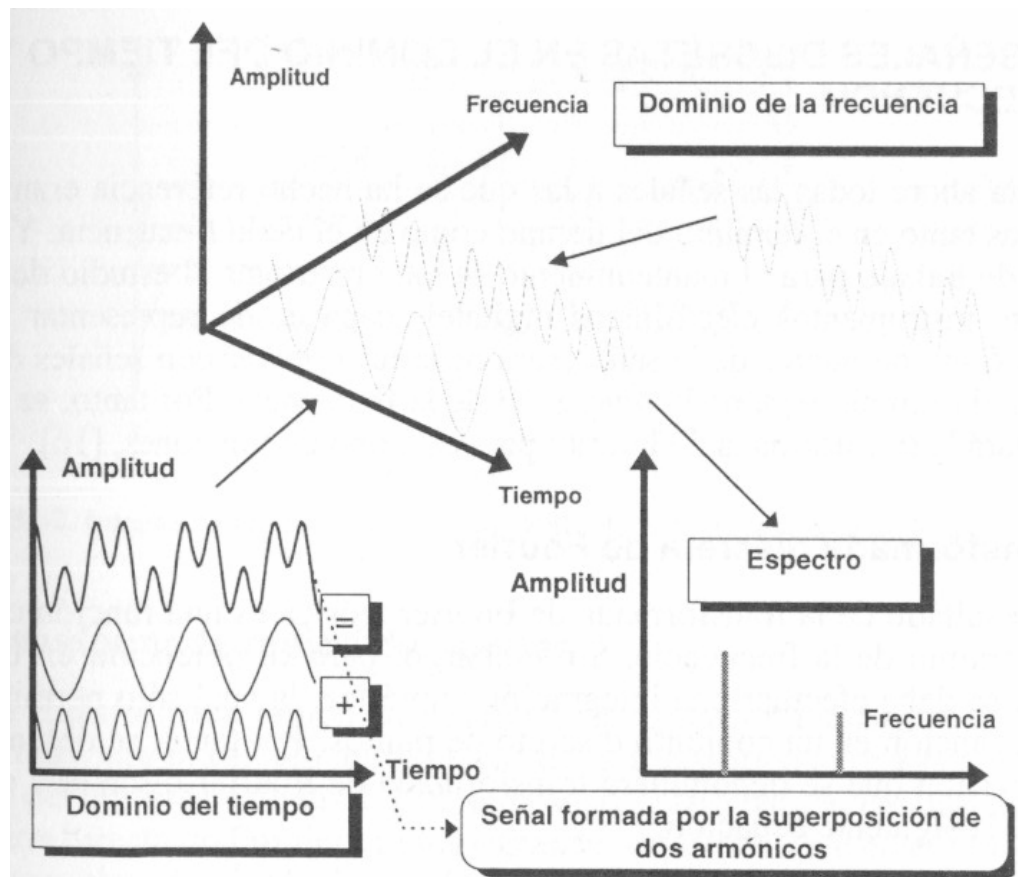
La forma tradicional de observar una señal es hacerlo en el dominio del tiempo, en el cual se observan registros de la variación de algún parámetro en función del tiempo. Hace aproximadamente un siglo Jean Baptiste Fourier demostró que cualquier forma de onda se puede generar mediante la suma de infinitas ondas senoidales de diferentes frecuencias. Este procedimiento permite hacer una representación alternativa a la del dominio del tiempo: el dominio de la frecuencia.

El hecho de utilizar una forma de representación o la otra depende de los fines que se persigan en el análisis; si se pretende detectar variaciones en la señal de muy poca amplitud, es decir, pequeños cambios que puedan aparecer superpuestos a la señal de comportamiento normal, es muy posible que el dominio del tiempo no permita diferenciarlos. Por el contrario un análisis de la señal en el dominio de la frecuencia sí que permite separar las nuevas componentes de pequeña amplitud que tendrán una frecuencia característica de aquellas de gran amplitud siempre presentes en la señal. Por este motivo, el análisis espectral o análisis en el dominio de la frecuencia es una de las técnicas más empleadas en el diagnóstico de máquinas, circuitos eléctricos, etc., cuando se pretende obtener una buena resolución para la identificación de anomalías que no alteran de forma considerable las variables disponibles en el dominio del tiempo.

En el caso del mantenimiento predictivo de maquinaria eléctrica rotativa los fallos deben ser detectados cuando todavía no presenten una variación significativa de los parámetros de funcionamiento de la máquina, ya que de no ser así, la avería habría alcanzado dimensiones catastróficas en el momento de su localización, retrocediendo, por tanto, al modelo de mantenimiento correctivo. Por este motivo, el estudio de las variables en el dominio del tiempo no suelen servir, siendo las técnicas de estudio más habituales los análisis espectrales de las corrientes de alimentación y de las vibraciones de la máquina.

En la figura 25 se puede observar la forma de pasar del dominio del tiempo al del la frecuencia.

**Figura 25. Dominios del tiempo y la frecuencia**



En ella se ha presentado una señal, resultante de la superposición de dos ondas senoidales de distinta frecuencia, las cuales se denominan armónicos. Se puede apreciar como en el dominio del tiempo la señal total presenta un aspecto difícil de analizar, mientras que en el dominio de la frecuencia aparecen dos líneas en el espectro, cada una de ellas representativa de la amplitud de los armónicos correspondientes.

La transformación del dominio del tiempo al de la frecuencia se realiza mediante la Transformada de Fourier y su inversa. Las siguientes ecuaciones son validas tanto para funciones periódicas como para las funciones que no lo sean.

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot t} \cdot dt \quad \text{en el dominio de la frecuencia} \quad (\text{ec. 3.1})$$

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) \cdot e^{-j2\pi \cdot f \cdot t} \cdot dt \quad \text{en el dominio del tiempo} \quad (\text{ec. 3.2})$$

### 3.2. SEÑALES DISCRETAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO Y DE LA FRECUENCIA

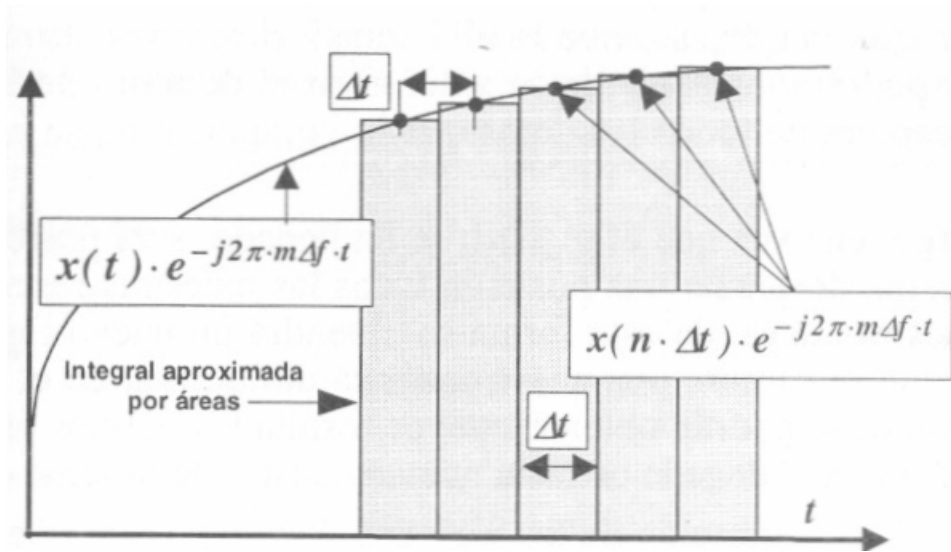
Hasta ahora todas las señales a las que se ha hecho referencia eran señales continuas tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. Ya que el ámbito de trabajo para el mantenimiento se va a restringir al estudio de señales mediante instrumentos electrónicos digitales, capaces de representar sólo un número finito de puntos de la señal, será necesario operar con señales discretas tanto en el dominio temporal como en el de la frecuencia.

**3.2.1. La Transformada Discreta de Fourier.** El resultado de la Transformada de Fourier teórica es una función continua en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, para su obtención en un computador se debe efectuar una integración numérica, la cual sólo permitirá calcular la función en un conjunto discreto de puntos. Por tanto, se obtendrá una aproximación que se denominará Transformada de Fourier Discreta y que responde a la siguiente ecuación:

$$S_x(m \cdot \Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi \cdot m \cdot \Delta f \cdot t} \cdot dt \quad (\text{ec. 3.3})$$

Donde  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  y  $\Delta f$  es el espacio entre líneas de frecuencia. La evaluación de la integral anterior por medios informáticos se convierte en el cálculo de una serie de sumas, correspondientes a las áreas que se van sucesivamente aproximando al área total encerrada por la función. Además, la función en el dominio del tiempo tampoco será una función continua, si no que se tratará de una señal discreta. La señal real habrá sido *muestreada* con un cierto intervalo de tiempo  $\Delta t$ , que llamaremos periodo de muestreo. En la figura 26 se representa una función continua y *muestreada*, así como las áreas que se han tomado para aproximar la integración.

**Figura 26. Integración numérica para el cálculo de la transformada de Fourier discreta.**



De esta forma el resultado que se había presentado en la ecuación 3.3 se convierte en el siguiente:

$$S_x(m \cdot \Delta f) = \Delta t \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n \cdot \Delta t) \cdot e^{-j2\pi \cdot m \cdot \Delta f \cdot n \cdot \Delta t} \quad (\text{ec. 3.4})$$

Por ultimo, se debe tener en cuenta que en la expresión que se acaba de obtener aparece una suma infinita de áreas. Puesto que durante el proceso de computación solo se podrá sumar un número finito de términos  $N$ , la ecuación anterior se debe transformar en:

$$S_x(m \cdot \Delta f) = \Delta t \cdot \sum_0^{N-1} x(n \cdot \Delta t) \cdot e^{-j2\pi \cdot m \cdot \Delta f \cdot n \cdot \Delta t} \quad (\text{ec. 3.5})$$

**3.2.2. La Transformada Rápida de Fourier.** (*Fast Fourier Transform, FFT*) es un algoritmo para el cálculo aproximado de la Transformada Discreta de Fourier. Antes del desarrollo de la FFT el tiempo necesario para el cálculo de la Transformada Directa de Fourier era muy grande, especialmente en el caso de necesitar una elevada resolución, o lo que es lo mismo un elevado número muestras. Por este motivo se diseñó la FFT, la cual empleando como suposición que el número de muestras  $N$  es múltiplo de 2, permite aplicar ciertas propiedades de simetría que reducen considerablemente el número de operaciones a realizar.

### 3.3. PROPIEDADES Y LIMITACIONES DE LA TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

El primer hecho que se debe tener en cuenta respecto al cálculo de la transformada de Fourier es el *muestreo* de la señal: una vez que se han convertido las señales inicialmente continuas en señales discretas, ya no se podrá realizar una representación completamente exacta en ninguno de los dos dominios. La solución a este problema pasa por realizar una *discretización* que nos permita obtener un número de muestras lo bastante elevado. Así se definirá un registro de tiempo como  $N$  muestras consecutivas e igualmente espaciadas de la señal de entrada. Por cuestiones de simplicidad en el cálculo de la transformada rápida



(FFT) se considerará que el número de muestras  $N$  del registro es siempre múltiplo de 2, por ejemplo 1024.

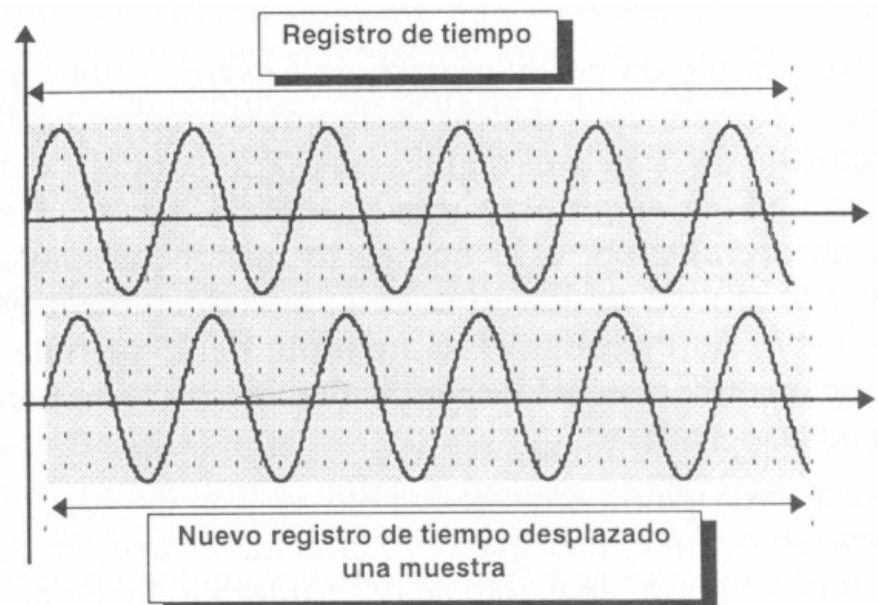
El registro de tiempo anterior se transforma como un bloque único en un conjunto de líneas en el dominio de la frecuencia, de forma que todas y cada una de las muestras del registro son necesarias para computar cada línea del espectro de frecuencia. Puesto que la FFT transforma el registro de tiempo al completo, no podrán obtenerse datos válidos en el dominio de la frecuencia hasta que la captura de todos los datos que lo componen no se hayan completado.

Sin embargo, una vez que el registro se ha llenado, será posible descargar la última muestra, desplazar una posición todas las muestras restantes e introducir una muestra nueva, de esta forma se obtendrá un nuevo registro de datos cada vez que se capture una nueva muestra de la señal en el dominio del tiempo. Por tanto, se podrán obtener nuevos resultados válidos en el dominio de la frecuencia con la llegada de cada nueva muestra de la señal de entrada.

El proceso de actualización de los registros de tiempo que se acaba de describir se puede apreciar en la figura 27, donde se observa como el registro se va desplazando conforme se van obteniendo nuevas muestras de la señal.

Si se dispone de un registro de  $N$  muestras igualmente espaciadas en el tiempo, se podrán obtener  $N/2$  líneas de espectro igualmente espaciadas en el dominio de la frecuencia. El motivo por el cual se obtiene dicho número de líneas se puede comprender si se tiene en cuenta que en el dominio de la frecuencia una señal se debe representar mediante dos parámetros: amplitud y fase. La necesidad de conocer el valor del ángulo de desfase de cada componente senoidal es evidente, ya que sin el no sería posible reconstruir la señal original.

**Figura 27. Actualización de los registros de tiempo.**

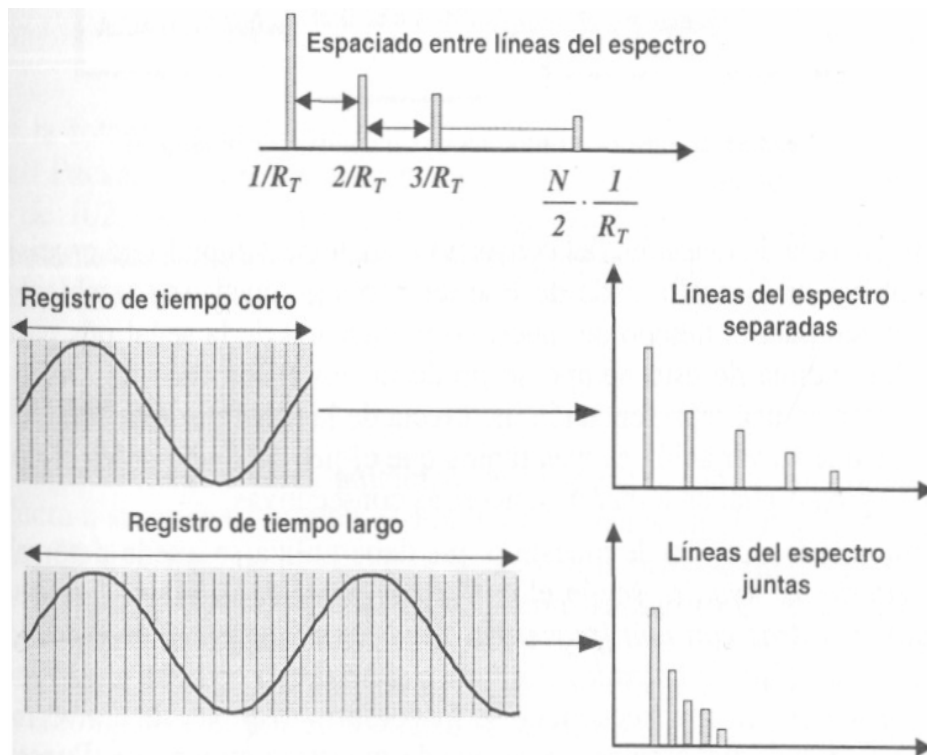


Una vez que se ha visto como el espectro de frecuencias estará constituido por una serie de líneas igualmente espaciadas, se va a definir cuál es la máxima resolución que se puede obtener. La frecuencia más baja que se podrá resolver con un analizador de espectros usando la FFT está determinada por la longitud del registro del tiempo. Si el periodo de la señal que se está analizando es mayor que la duración del registro de tiempo no existe forma de determinar su frecuencia. Por tanto, la línea de frecuencia mas baja del espectro se produce a un valor igual a la inversa de la longitud del registro de tiempo.

Conocido el valor de la frecuencia mínima del espectro será posible determinar el rango total de análisis sin más que considerar el número de líneas que haya disponibles: si el número de líneas es  $\frac{N}{2}$ , la frecuencia máxima que se puede analizar es:

$$F_{\max} = \frac{N}{2} \cdot \frac{1}{\text{Longitud del registro en el tiempo}} \quad (\text{ec. 3.6})$$

**Figura 28. Registros en el tiempo y líneas de frecuencia.**



Puesto que el rango de frecuencias en el que se va a analizar será ajustable se deben variar los valores de  $f_{\max}$ . Teniendo en cuenta que el número de muestras  $N$  queda fijado por el algoritmo de la FFT, la única forma de variar el rango de frecuencias es mediante la variación de la longitud del registro de tiempo. De este modo, cuando se utilice un registro de tiempo de corta duración el espacio entre líneas del espectro será grande y, por tanto, la resolución pequeña, mientras que si emplea un registro de tiempo de gran longitud se obtendrán espectros de gran resolución.

Desde el punto de vista de los sistemas de seguimiento aplicados en la industria este último hecho es importante, ya que indica que si se desea obtener un espectro de alta resolución de una determinada señal, emplearemos un tiempo muy superior al empleado si simplemente se pretende calcular un espectro de *banda ancha* con baja resolución.

**3.3.1 Obtención de señales discretas: conversión analógico/digital.** Puesto que para realizar la FFT es necesario disponer de muestras en forma digital, y la señal que se va a analizar-proveniente de algún tipo de transductor-no es discreta, es muy necesario añadir un *muestreador* y un conversor analógico digital (CA/D) al procesador encargado de efectuar los cálculos de la FFT. Este conjunto de bloques integra lo que llamaremos analizador dinámico.

**Figura 29. Diagrama de bloques de un analizador dinámico.**



La frecuencia de muestreo del convertidor analógico-digital será crucial para poder obtener una transformada de Fourier correcta, quedando establecido un valor máximo para el tiempo de muestreo y retención de la señal por parte del CA/D. Por encima de este tiempo se producen los fenómenos de “*aliasing*”, que consiste en una representación incorrecta de la señal discreta como consecuencia de que su variación es más rápida que el tiempo que emplea el convertidor analógico-digital en tomar dos muestras consecutivas. La mínima frecuencia de muestreo que debe utilizarse queda determinada por el *criterio de Nyquist*, según el cual *para evitar el “ aliasing ” es necesario tomar muestras con una frecuencia superior a dos veces la máxima frecuencia de la señal de entrada*. Por tanto, si se desea realizar el análisis espectral de señales de alta frecuencia, será necesario disponer de

convertidores de gran velocidad, que empleen periodos de muestreo muy bajos. Puesto que el precio del convertidor es proporcional a su rapidez, es evidente que el coste de un analizador dinámico será tanto mayor cuanto mayor sea su rango de análisis y su resolución.

**Figura 30. Analizador dinámico HP™35655<sup>a</sup>**

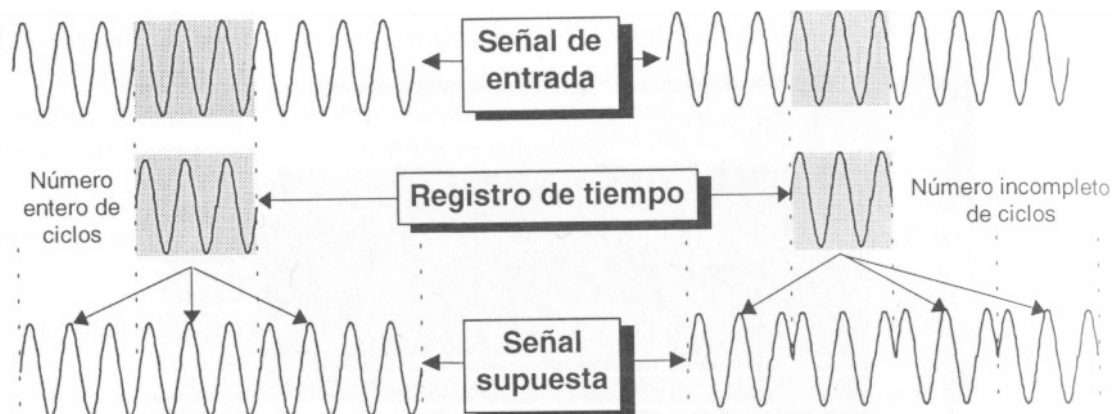


En la fotografía de la figura 30 se muestra un analizador dinámico de Hewlett Packard™ con dos canales de entrada, 400 líneas de resolución y un rango de 102,4kHz. En la pantalla del equipo se puede observar el aspecto que presenta un espectro de vibración obtenido mediante un acelerómetro en una maquina eléctrica rotativa.

**3.3.2. Efecto Ventana.** Existe una característica adicional de la transformada rápida de Fourier que afecta a su utilización para el análisis de señales en el dominio de la frecuencia. El algoritmo de la FFT está basado en la presunción de que el registro del tiempo se repite fuera del tiempo representado en él. Si el registro de tiempo contiene un número entero de ciclos de la señal de entrada, la afirmación anterior es cierta. Se dice en este caso que la señal es *periódica en el tiempo de registro*. Si por el contrario la señal no cumple la

condición anterior se estará suponiendo una representación que nada tiene que ver con la señal aplicada al equipo de medida.

**Figura 31. Señales periódicas y no periódicas en el tiempo de registro.**



En la figura 31 se puede observar la dificultad que presenta el reconstruir la señal de entrada basándose en el supuesto de que sea periódica en el tiempo de registro. En la parte izquierda de la figura se observa una señal senoidal que es periódica en el tiempo de registro, ya que en el se han recogido tres ciclos completos. Su reconstrucción, basada en el criterio de que el registro de tiempo se repite, es correcta; por tanto, su espectro estará muy próximo al ideal formado por una sola línea.

Sin embargo, a la derecha se puede apreciar la misma señal pero con un registro de tiempo diferente en el que no se incluyen un número entero de ciclos. En este caso su reconstrucción será muy imprecisa si se presupone que la porción de la señal contenida en el registro se repite indefinidamente; por tanto, su espectro estará muy alejado del ideal formado por una única línea. Este fenómeno que se acaba de describir se conoce con el

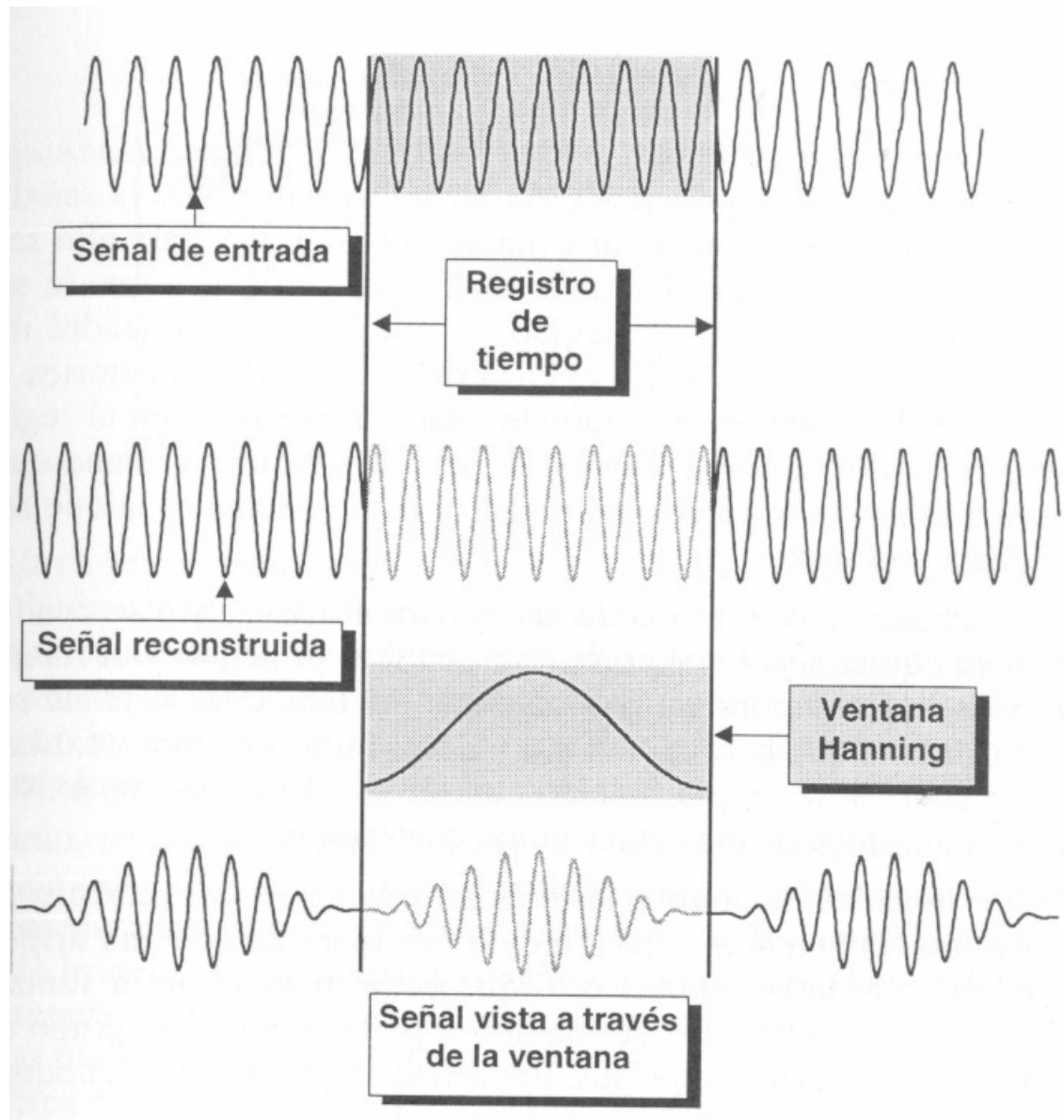
nombre de dispersión o fuga (“leakage”), y es el resultado de que el registro de tiempo no sea infinito y de que la señal que se esté analizando no sea periódica en él.

Como se acaba de mostrar la dispersión es un problema lo bastante grande como para alterar el resultado de la FFT. La solución a este inconveniente es el empleo de *las funciones ventana*.

Si se observa la figura anterior, se puede apreciar para la función que no es periódica que los problemas aparecen en los extremos del registro de tiempo, ya que en el centro se dispone de una buena forma de onda senoidal. Si fuera posible hacer que la FFT se concentrara en el centro del registro, ignorando los extremos, se obtendría un espectro mucho más parecido al correcto, constituido por una sola línea. Se multiplica el registro de tiempo por una función que valga cero en los extremos y tome un valor elevado en el centro se concentrará la FFT en la parte central del registro. Este tipo de función es la que se conoce con el nombre de *función ventana*, ya que fuerza a observar los datos a través de ella.

En la figura 32 se representa una función, que no es periódica en el tiempo de registro, corregida mediante una función ventana. En dicha figura se puede observar como, tras aplicar la ventana a los datos contenidos en el registro de tiempo, la señal de partida se transforma en una especie de función senoidal modulada en amplitud. Si a esta nueva señal se le realiza la transformada de Fourier, la representación que se obtiene es mucho más aproximada a la teórica de la función senoidal con una sola línea en el espectro. Existen diferentes funciones adecuadas para ser utilizadas como ventana en el cálculo de la transformada de Fourier.

**Figura 32. Aplicación de una función ventana.**



**3.3.2.1. Ventana Hanning.** La ventana *Hanning* es una de las utilizadas más comúnmente. Corresponde a la representada en la figura anterior, su expresión matemática es la de un coseno al cuadrado, y se aplica habitualmente cuando se pretende analizar señales periódicas que no se repiten en el tiempo de registro.



**3.3.2.2. Ventana Uniforme.** Existen algunos casos en los que el empleo de la ventana *Hanning* es totalmente inadecuado. Si se pretende estudiar un transitorio de la señal de entrada, que no será necesariamente una función periódica, y para ello se utiliza la ventana *Hanning*, se estará forzando de forma artificial a que la señal se haga periódica en el registro de tiempo, y, por tanto, se obtendrá una respuesta altamente distorsionada. En el caso del estudio de transitorios, parece clara la necesidad de contar con todos los datos contenidos en el registro de tiempo igual o uniformemente. Por tanto, se utilizara una ventana que del mismo peso a todos a los puntos del registro. Esta ventana es la que se denominará ventana uniforme.

El razonamiento que se acaba de hacer para el transitorio se puede generalizar para cualquier señal que como está sea 0 al principio y al final del registro de tiempo. Es importante recordar que las funciones ventana se introducían para forzar a que la señal tomase valores nulos en ambos extremos del registro. Por tanto, si la propia función cumple este requisito, no existe necesidad alguna de introducir la ventana como corrección.

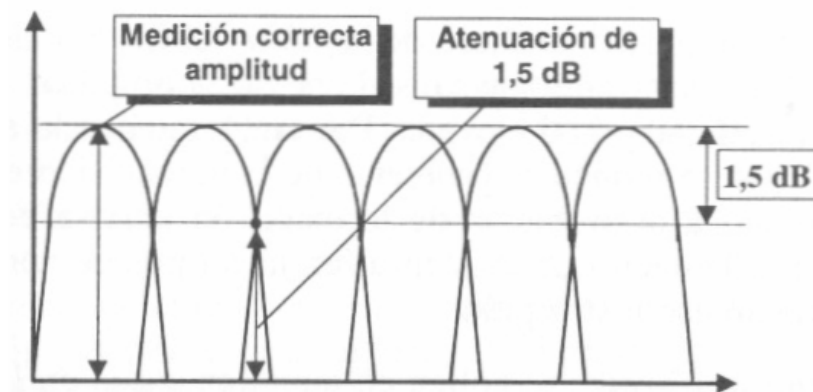
Cualquier función que cumpla las condiciones anteriores recibe el nombre de “*Self-windowing function*”. Este tipo de funciones no generan dispersión se analizan sin introducir ventana o lo que es lo mismo con la ventana uniforme. Existen un gran número de funciones pertenecientes al grupo anterior entre las que cabe destacar: impulsos, impactos, respuestas a un choque, ruido aleatorio, etc.

**3.3.2.3. La Ventana Flattop.** La obtención de la FFT es equivalente al empleo de un conjunto de filtros en paralelo, cada uno de los cuales deja pasar una sola frecuencia de la señal sometida a estudio. Para poder comprender el efecto que la función ventana produce sobre el espectro final de la señal de entrada, es necesario analizar la forma en que se modifican los filtros anteriores según el tipo de ventana utilizado. Es decir, el conjunto de filtros en paralelo tendrá una respuesta en frecuencia diferente según la función ventana que

se esté utilizando, y, por tanto, la forma y características del espectro variaran también dependiendo de ella.

La función de la ventana *Hanning* da lugar a una serie de filtros con una parte superior muy redondeada. Si una componente de la señal de entrada está centrada en el filtro, su amplitud se medirá de forma precisa; si por el contrario queda situada entre dos filtros diferentes, aparecerá considerablemente atenuada. En la figura 33 se puede observar la forma que presentan el conjunto de filtros pasa banda en paralelos correspondientes a la ventana *Hanning*.

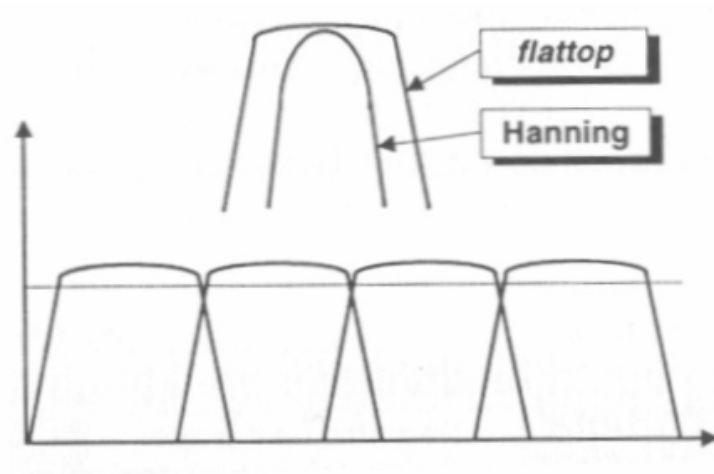
**Figura 33. Filtros pasa banda con la ventana Hanning.**



Los filtros representados en la anterior figura actúan sobre la señal en el dominio de la frecuencia, de tal forma que cuando la frecuencia de la componente que se está analizando coincide con el centro de alguno de los filtros, la amplitud correspondiente no se ve atenuada; sin embargo, cuando la señal coincide con la intersección de dos de los filtros, se produce una atenuación de aproximadamente **1,5 dB**.

Por tanto se puede observar como la presencia de la ventana Hanning, que produce unos filtros con una curva de comportamiento muy acusada, da lugar a considerables imprecisiones en la medida de las amplitudes de los armónicos de la señal. La solución más evidente a este tipo de problema es utilizar una nueva ventana que genere unos filtros pasa banda con una respuesta mucho más plana en el dominio de la frecuencia. La ventana que produce este tipo de filtros es la que llamaremos **ventana “flattop”**

**Figura 34. Filtros pasabanda con la ventana *flattop***



En la figura 34 se puede observar la forma que toman los filtros pasabanda en el dominio de la frecuencia para esta ventana. En ella se aprecia como la respuesta es mucho más plana, de tal forma, que aunque la frecuencia que se esté analizando coincida con la intersección de dos filtros, la atenuación que se produce es prácticamente despreciable.

Mediante el empleo de la ventana “*flattop*” se resuelve el problema de las imprecisiones en la medición de la amplitud de ciertas señales, pero en cambio se introducen nuevos errores: se ha aplanado la parte superior de la banda pasante a expensas de ampliar la anchura de la *falda* del filtro. Es decir, se pierde la capacidad de diferenciar componentes de pequeña

amplitud que se encuentren próximos a una de amplitud elevada. Por tanto, aunque la aplicación de la ventana “*flattop*” parece reducir el problema de la imprecisión en la medida de la amplitud, incrementa el problema de la medición precisa de la frecuencia.

- ***La ventana uniforme:*** se aplica en aquellos casos en los que la señal es periódica en el tiempo de registro. Presentando entonces los mejores resultados en cuanto a la precisión de la medida, tanto de la amplitud como de la frecuencia.
- ***La ventana Hanning:*** se aplica cuando la señal no es periódica en el tiempo de registro. En este caso los resultados obtenidos en la medición de la frecuencia son buenos, aunque introduce un cierto grado de atenuación en la medida de amplitudes.
- ***La ventana flattop:*** del mismo modo que la anterior, se aplica cuando la función no es periódica en el registro de tiempo. Produce resultados precisos en la medida de la amplitud pero peores que la anterior en la medida de la frecuencia.

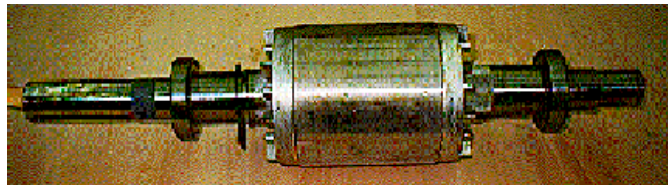
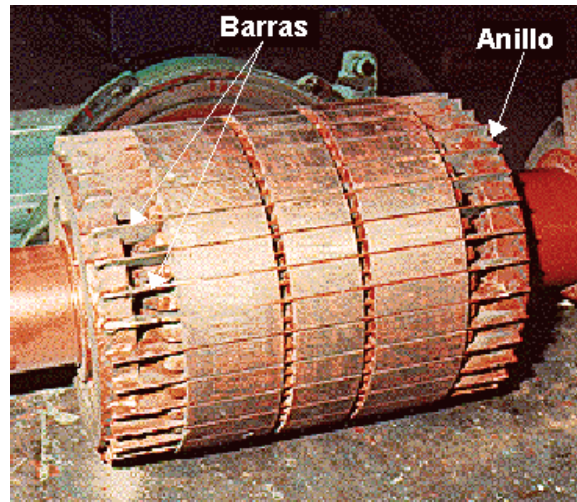
## **4. FUNDAMENTO TEÓRICO PARA EL DIAGNÓSTICO DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS MEDIANTE EL ANÁLISIS ESPECTRAL DE CORRIENTES**

### **4.1 DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL FENÓMENO DE LA ROTURA DE BARRAS EN MOTORES DE INDUCCIÓN**

Los rotores de los motores de inducción están constituidos por un conjunto de barras unidas en ambos extremos por dos anillos, denominados anillos de cortocircuito. El conjunto formado por las barras y los anillos de cortocircuito se denomina jaula. El núcleo magnético del rotor está constituido por una serie de chapas magnéticas, aisladas y apiladas, que ocupan el espacio comprendido entre las barras. Las jaulas de este tipo de motor pueden estar construidas con diferentes tecnologías: las barras pueden estar encajadas fuertemente en las ranuras del núcleo magnético y soldadas en los extremos a los anillos de cortocircuito. En este caso, barras y anillos suelen estar fabricados en cobre. Otra opción diferente a la anterior consiste en construir la jaula en aluminio, de tal forma que tanto barras como anillos se funden dentro del paquete magnético rotórico. La primera forma constructiva es propia de motores de tamaño considerable, mientras que la segunda corresponde a motores de dimensiones más reducidas.

Las asimetrías en la jaula rotórica de un motor de inducción suelen estar relacionadas con las altas temperaturas alcanzadas en el rotor y con las elevadas fuerzas centrífugas que soportan tanto barras como anillos, especialmente durante los regímenes de funcionamiento transitorio. Los problemas pueden iniciarse durante la construcción de la máquina debido a una fundición defectuosa en los rotores de aluminio, o a uniones defectuosas en el caso de anillos de cortocircuito soldados o ensamblados. De esta forma aparecen juntas de alta resistencia eléctrica o porosidades en la fundición que producen puntos de elevada temperatura dentro de la jaula.

**Figura 35. Rotores de motores de inducción: en la parte inferior rotor de aluminio fundido, En la parte superior rotor con barras de cobre.**

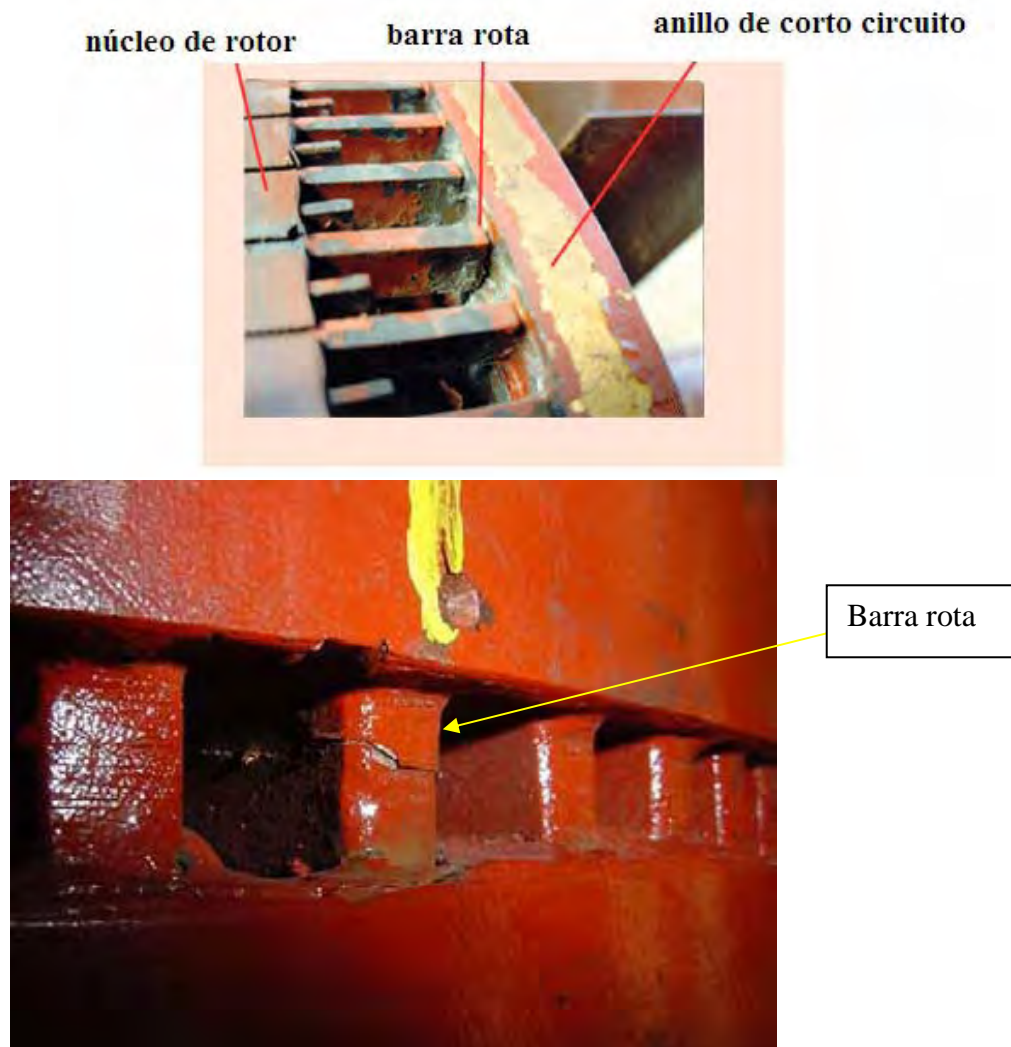


La fractura suele iniciarse en los puntos de la barra que no están soportados por el cuerpo del rotor, es decir en las proximidades de la unión con el anillo de cortocircuito o en éste mismo ya que, además, en dicha zona es donde suelen acumularse las mayores tensiones mecánicas de la estructura. En el proceso de evolución de la avería hay que tener en cuenta que las barras rotóricas soportan las fuerzas de frenado y aceleración del motor; por tanto, si la máquina sufre fluctuaciones bruscas en su velocidad de giro, originadas por su ciclo de trabajo, o por el tipo de máquina accionada, el fallo puede desarrollarse rápidamente como consecuencia de la fatiga de los materiales por los que esta hecha la jaula.

Además, debido a los regímenes transitorios térmicos del motor la jaula puede sufrir movimientos diferenciales dentro del paquete magnético rotórico, lo que conduce habitualmente a la torsión y agrietamiento de los anillos. Una vez que una barra o un anillo

se ha agrietado, el proceso es degenerativo: la barra defectuosa se calienta en torno a la fisura hasta llegar a romperse. La rotura origina la aparición de arcos eléctricos entre las dos partes separadas, que habitualmente dañan el circuito magnético. Las barras adyacentes soportan entonces corrientes mayores y, por tanto, mayores sollicitaciones térmicas y mecánicas, con lo cual se inicia el proceso de aparición de nuevas grietas.

**Figura 36. Barras rotas en la proximidad del anillo de cortocircuito en motores de inducción**  
**Motores diagnosticados por ABB Service Delegación Asturias.**



En las anteriores figuras se puede observar rotores con esta avería. La práctica seguida actualmente en la fabricación de grandes motores de inducción es encajar fuertemente las barras dentro de las ranuras del paquete magnético, sin utilizar ningún material aislante entre las barras y los bordes de las chapas.

El reducido tamaño de las holguras residuales produce una unión muy eficiente entre barras y chapas dando lugar a resistencias de contacto muy bajas. Por este motivo es posible la circulación de corrientes entre las barras rotóricas y las chapas del núcleo en dirección perpendicular a las primeras. Este nuevo flujo de corriente estará distribuido a lo largo del rotor, circulando transversalmente a través de las chapas de material magnético entre las diferentes barras de la jaula.

Estas corrientes, denominadas corrientes interlaminares (Inter.-bar currents), por Kerszenbaum y Landy [8], serán de especial importancia para poder analizar el mecanismo de fallo y sus consecuencias: está bastante claro que si por una máquina sana pueden circular las corrientes inter laminares, la distribución de corriente resultado de una asimetría rotórica no será la misma ya que existe un nuevo camino para su recirculación: el propio núcleo magnético. De este modo, los efectos que se puedan detectar desde el exterior cuando se inicie la avería no serán los mismos que si la jaula estuviera perfectamente aislada, y, por lo tanto, el protocolo de diagnóstico empleado deberá tenerlo en cuenta.

Puesto que las corrientes interlaminares influyen directamente en el desarrollo y evolución del fallo rotórico, se distinguirán dos casos para el análisis y su modelación. En el primero se considerara que la jaula rotórica esta perfectamente aislada del circuito magnético, es decir, se supondrá nula o despreciable la circulación de corrientes circulantes. En el segundo se considerara la presencia de corrientes circulantes entre las barras de la jaula y las chapas del circuito magnético.



## **4.2 MODELIZACIÓN DE LA ROTURA DE BARRAS EN UNA JAULA ROTÓRICA AISLADA DEL CIRCUITO MAGNÉTICO**

Se comenzará el estudio de esta avería por el análisis de los efectos producidos en el campo y, por tanto en las corrientes de alimentación del motor, por la rotura de la unión entre una de las barras de la jaula y su anillo de corto circuito.

La suposición de que la avería tenga lugar en dicha zona no resta generalidad al estudio, ya que la rotura de la barra por otro punto no modificaría el análisis que se va a realizar, siendo además el caso más frecuente el de agrietamiento por la unión entre barras y anillos, ya que como se mencionó anteriormente, en dicha zona se acumulan las mayores tensiones mecánicas y térmicas

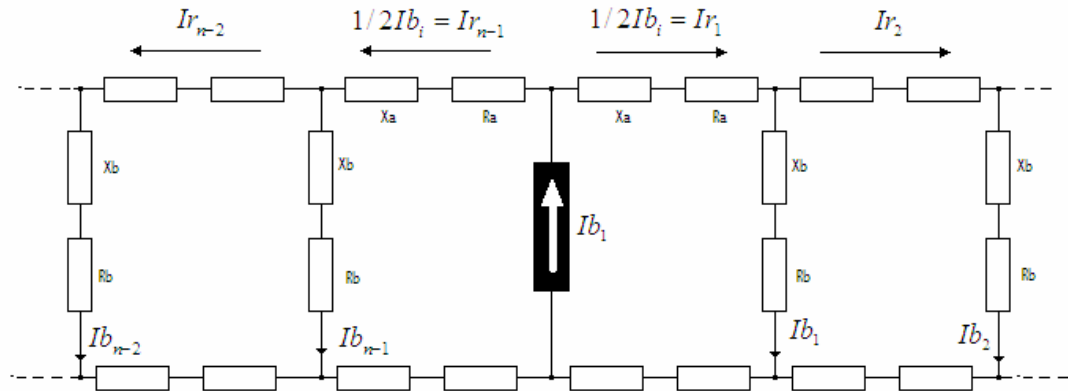
Durante todo el estudio se considerará que la jaula se encuentra perfectamente aislada del circuito magnético, por lo que es imposible la circulación de corrientes interlaminares.

Se ha encontrado varias posibilidades para mostrar y analizar la influencia de la rotura de barras en el comportamiento del motor. Una de ellas es considerar una corriente de fallo superpuesta a las corrientes circulantes por una jaula con todas las barras unidas a los anillos, es decir, considerar la distribución real de corrientes por la jaula rota como la superposición de dos términos: el primero será la distribución de corrientes por una jaula sana, y el segundo consistirá en sustituir la barra rota por una fuente de corriente de igual valor y sentido contrario a la que circula por dicha barra en el primer término. Esta última fuente de corriente será la única corriente que se considerará circulante por la segunda jaula, de forma que la superposición de ambas dará lugar a un rotor en el cual la corriente por la barra rota será nulo.

Esta forma de representar el fallo presenta la ventaja de que el efecto producido por la asimetría rotórica se superpone, al funcionamiento del motor en condiciones normales, con

lo cual es bastante sencillo estudiar los efectos de la avería sobre el campo del motor y la corriente consumida.

**Figura 37. Circuito equivalente al segundo término (barra rota en la posición  $i$ ).**



$R_a$  = Resistencia del anillo de cortocircuito.

$X_a$  = Reactancia del anillo de cortocircuito.

$R_b$  = Resistencia de la barra.

$X_b$  = Reactancia de la barra.

$I_{b_i}$  = Corriente inyectada en la barra rota.

En la figura 37 se muestra desarrollado el circuito eléctrico correspondiente al segundo término de la superposición con la fuente de corriente inyectada en la posición  $i$  de la barra defectuosa. En él se pueden observar las resistencias y reactancias de las barras y de las porciones de anillo de cortocircuito comprendido entre barras adyacentes.

Si se considera el campo creado por las corrientes de las barras del circuito anterior, se podrá llegar a la conclusión de que se trata de un campo no senoidal, debido a que el número de barras es limitado. Además, será un campo de eje fijo que pulsará en el tiempo a la frecuencia de deslizamiento. Por otro lado, las corrientes circulantes por cada malla irán decreciendo en amplitud y variando su ángulo de fase conforme a un factor de escalonamiento constante según nos alejemos de la barra rota (posición  $i$ )

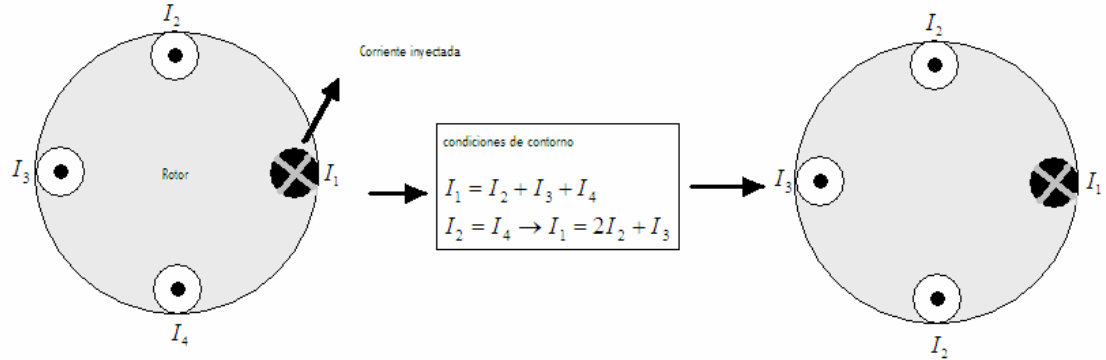
Para mostrar las características del campo anterior se va a considerar que el rotor de la máquina está formado sólo por 4 barras. A continuación se tratará de ver la forma del campo, descomponiendo el efecto producido por las cuatro corrientes de las barras en suma de varios términos. Cada uno de los términos obtenidos de este modo será una bobina diametral o de paso acortado cuyo campo se podrá determinar fácilmente. De esta forma, el campo real se obtendrá por superposición de los campos creados por cada una de las bobinas.

Considerar que el rotor tiene sólo 4 barras es puramente una cuestión de simplicidad en la representación, ya que lo que se pretende en este punto es observar la forma y analizar las características del campo creado por el término que representa al fallo. Para analizar el caso general de un rotor con un número elevado de barras no existiría diferencia alguna, ya que bastaría con repetir el proceso de superposición un número mayor de veces.

En el estudio de este rotor de 4 barras hay que tener en cuenta las condiciones de contorno derivadas de la simetría de la jaula. Puesto que todas las impedancias que se han considerado para las diferentes mallas que conforman la jaula son idénticas, las corrientes que circulen a igual distancia (igual número de barras a derecha e izquierda de al corriente inyectada) serán también iguales. De este modo, se puede afirmar que las corrientes circulantes por las barras 2 y 4 serán iguales, tal y como se aprecia en la figura 38.

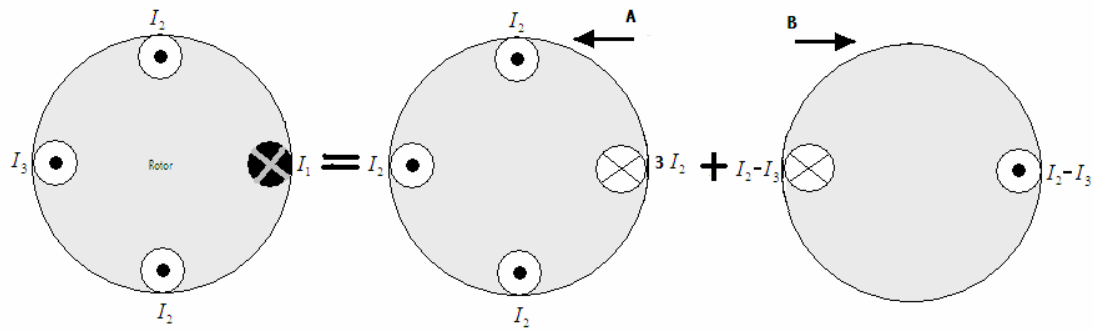
La nueva distribución de corrientes que se ha obtenido al aplicar las condiciones de contorno nos va a permitir descomponer con facilidad el rotor original en suma de dos términos, a los cuales llamaremos A y B.

**Figura 38. Simetría de las corrientes en el rotor respecto de la corriente de fallo.**



Puesto que el segundo término B, de la descomposición que se acaba de efectuar consiste en una bobina diametral, el campo que produce se puede obtener de forma inmediata. Lo que resta hacer para poder obtener el campo creado por el rotor es decomponer el primer término en suma de varios elementos que creen campos de forma conocida: una bobina diametral y dos de paso acortado.

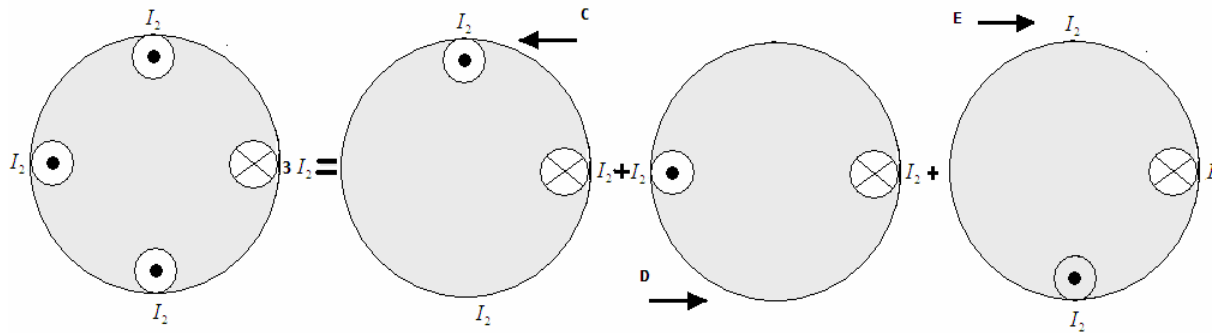
**Figura 39. Descomposición por superposición del rotor en la corriente de fallo.**



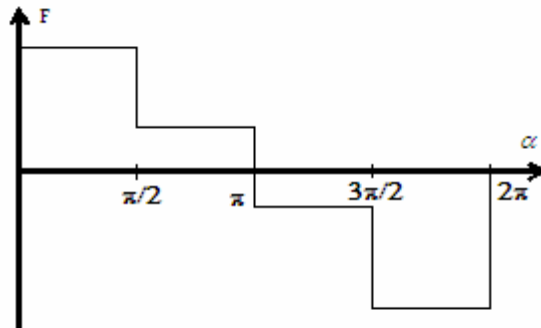
Después de aplicar todo el proceso de descomposición y superposición del rotor inicial de cuatro barras se han obtenido cuatro términos: B, C, D, y E, de los cuales B y D son bobinas diametrales, mientras que C y E son bobinas de paso acortado.

Puesto que ahora podemos calcular con facilidad el campo creado por cada una de ellas, consideraremos que el campo total creado por la jaula rotórica inicial es la superposición de los campos correspondientes a cada uno de los elementos citados anteriormente. Dichos campos serán de eje fijo y variaran de forma alternativa, ya que todas las bobinas anteriores están recorridas por corrientes senoidales.

**Figura 40. Descomposición del término A por superposición.**



**Figura 41. Fuerza magnetomotriz creada por el rotor de 4 barras.**



En la figura 41 se representa la fuerza magnetomotriz resultante, para un instante de tiempo arbitrario, obtenida por superposición de las creadas por cada uno de los elementos obtenidos anteriormente. En ella se puede observar la naturaleza escalonada del campo alternativo creado por el rotor de 4 barras.

### **4.3 DETERMINACIÓN DE LAS FRECUENCIAS INDUCIDAS EN LAS CORRIENTES ESTATÓRICAS POR LA ROTURA DE UNA BARRA**

Puesto que el método más frecuente empleado en el diagnóstico de averías rotóricas es el análisis espectral de las corrientes de alimentación, se pretende determinar qué frecuencias inducen en las corrientes estatóricas los armónicos de campo debidos a la avería. A este respecto hay que señalar que los factores de devanado estatórico afectarán a las frecuencias inducidas en las corrientes, ya que algunos de los armónicos causados por el fallo no podrán inducir fuerzas electromotrices. Sin embargo, no se tendrá en cuenta esa situación, sino que se analizarán las frecuencias inducidas por un armónico genérico, considerando así todos los casos posibles. Posteriormente, se compararán los resultados obtenidos con los armónicos que aparecen en la práctica en los espectros de corriente de motores con asimetrías rotóricas. Así pues, se va a proceder a la determinación de las frecuencias que inducen en el estator una de las parejas de armónicos de orden  $v$  rotóricos causados por la rotura de la barra.

En primer lugar, para determinar el efecto que dichos armónicos producen sobre el estator es necesario analizar la velocidad a la que se mueven respecto a éste. Si se tiene en cuenta que hemos partido de un campo de dos polos, de eje fijo, y de pulsación la frecuencia de deslizamiento, al aplicar el teorema de Leblanc se obtendrán dos series de armónicos de sentidos inversos que giran respecto del rotor con velocidad eléctrica igual a la frecuencia de pulsación del campo.

Si consideramos el armónico fundamental de la serie, su velocidad de giro geométrica respecto al rotor será:

$$n_s - n \quad \text{(ec. 4.1)}$$

donde  $n_s = \frac{f}{P}$  es la velocidad de sincronismo en  $\frac{rev}{s}$  y  $n$  es la velocidad de giro del rotor.

Entonces la velocidad eléctrica respecto del rotor del armónico fundamental de sentido directo de la serie será:

$$P \cdot (n_s - n) \quad (\text{ec. 4.2})$$

siendo  $P$  el número de pares de polos de la máquina.

Si en vez de considerar el primer armónico de la serie se hubiese considerado un armónico cualquiera de orden  $v$ , se habría obtenido la misma velocidad eléctrica. Por tanto, para calcular la velocidad geométrica del armónico anterior respecto del rotor, bastará con dividir la velocidad eléctrica de la ecuación 4.2 por el número de pares de polos de armónicos de orden  $v$ .

Puesto que el campo creado por la rotura de barras es de dos polos, el número de polos del armónico coincidirá con su orden, así pues, la velocidad geométrica respecto del rotor del armónico de orden  $v$  causado por la avería se podrá expresar como:

$$\frac{P \cdot (n_s - n)}{v} \quad (\text{ec.4.3})$$

si ahora queremos referir la velocidad anterior al estator bastará con sumar la velocidad de giro rotórica:

$$\frac{P \cdot (n_s - n)}{v} + n = \frac{P \cdot (n_s)}{v} + n \cdot \left(1 - \frac{P}{v}\right) \quad (\text{ec. 4.4})$$

Por tanto, la velocidad eléctrica respecto del estator del armónico directo de orden  $\nu$  causado por la rotura de barras será:

$$P \cdot n_s + n \cdot (\nu - P) \quad (\text{ec.4.5})$$

Así, las frecuencias inducidas en el estator por este armónico serán:

$$f + n \cdot (\nu - P) = f + n_s \cdot (1 - s) \cdot (\nu - P) = f \cdot \left[ \frac{\nu}{P} \cdot (1 - s) + s \right] \quad (\text{ec. 4.6})$$

Si en vez de considerar el armónico de sentido directo se considerase el armónico inverso, se obtendría una ecuación equivalente a la ecuación 4.4, salvo que en este caso aparecerían dos signos cambiados debido a que dicho armónico presenta un sentido de giro contrario al del rotor:

$$\frac{P \cdot (n_s - n)}{\nu} + n = -\frac{P \cdot (n_s)}{\nu} + n \cdot \left( 1 + \frac{P}{\nu} \right) \quad (\text{ec 4.7})$$

por tanto, la velocidad eléctrica del armónico rotórico de sentido inverso y orden  $\nu$  respecto al estator será:

$$-P \cdot n_s + n \cdot (\nu + P) \quad (\text{ec 4.8})$$

Así, las frecuencias inducidas en el estator por este armónico serán:

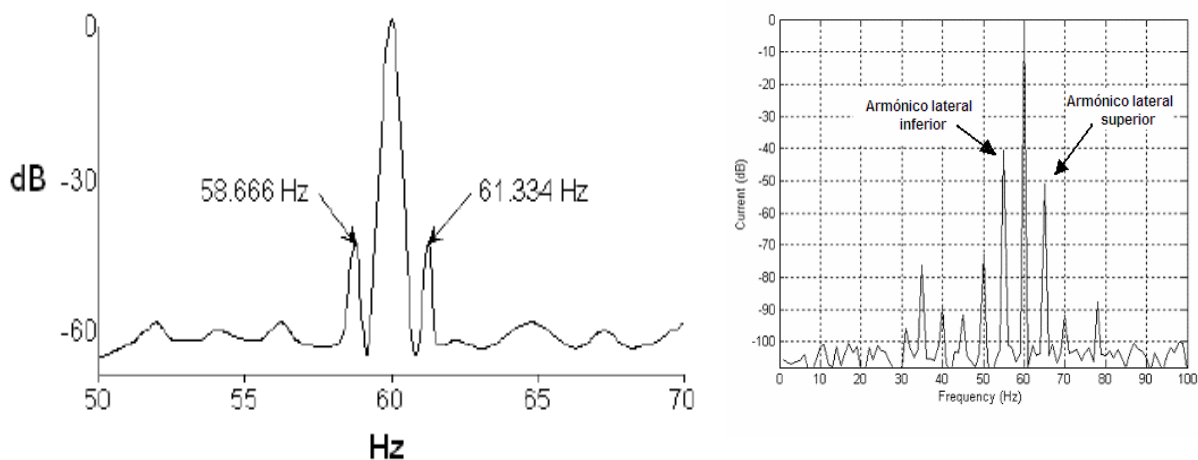
$$-f + n \cdot (\nu + P) = f + n_s \cdot (1 - s) \cdot (\nu + P) = f \cdot \left[ \frac{\nu}{P} \cdot (1 - s) - s \right] \quad (\text{ec 4.9})$$



Hemos encontrado, por tanto, las frecuencias que aparecen debido a la presencia de los armónicos de sentido directo e inverso en el espectro de corrientes de la máquina. No todos los armónicos creados por la avería serán capaces de inducir fuerzas electromotrices y, por tanto, corrientes en el estator. Debido a la simetría del campo y al factor de devanado, sólo algunos armónicos serán capaces de afectar a las corrientes estáticas.

Desde hace unos cuantos años el diagnóstico del rotor de los motores de inducción se realizan mediante el análisis de corrientes en el dominio de la frecuencia. El método de diagnóstico más generalizado y difundido consiste en realizar el seguimiento de dos armónicos situados a ambos lados del armónico fundamental, y separados de él  $-2sf$  y  $+2sf$ , siendo  $f$  la frecuencia de alimentación y  $s$  el deslizamiento. A dichas frecuencias la llamaremos  $f_{vi}$  armónico lateral inferior, y  $f_{vs}$  armónico lateral superior. Las amplitudes de los dos armónicos anteriores están relacionadas con el grado de asimetría que presente el devanado rotórico. En la figura 42 se puede apreciar el espectro de corrientes de un motor de inducción con un número de barras rotas en el cual aparecen los dos armónicos que se señalaron anteriormente.

**Figura 42. Armónicos lateral inferior y lateral superior de las corrientes estáticas.**



Si se considera el caso de que  $v = P$  en la expresión del armónico de sentido de giro inverso, para la frecuencia inducida en las corrientes estatóricas se obtiene el siguiente valor:

$$f_i = (1 - 2s) \cdot f \quad (\text{ec 4.10})$$

Esta frecuencia corresponde a lo que antes definimos como armónico lateral inferior. Como efecto adicional del armónico anterior aparece una pulsación en el par a dos veces la frecuencia de deslizamiento,  $2sf$ , la cual a su vez provoca una oscilación en la velocidad de giro, que induce una nueva frecuencia en las corrientes estatóricas de valor:

$$f_s = (1 + 2s) \cdot f \quad (\text{ec 4.11})$$

que representa el armónico lateral superior. Si se observa la expresión 4.6, se puede deducir que aparte de los dos armónicos anteriores existe una familia de frecuencias que también estarán relacionadas con la asimetría del devanado estatórico. Dichas frecuencias se podrán obtener para diferentes valores del índice  $v$  y del número de pares de polos  $P$  tal como se indica en la tabla 1.

**Tabla 1. Armónicos característicos de la asimetría rotórica.**

	$f \cdot \left[ \frac{v}{P} \cdot (1 - s) - s \right]$	$f \cdot \left[ \frac{v}{P} \cdot (1 - s) + s \right]$
$v/P = 2$	$f(2 - 3s)$	$f(2 - s)$
$v/P = 3$	$f(3 - 4s)$	$f(3 - 2s)$
$v/P = 4$	$f(4 - 5s)$	$f(4 - 3s)$
$v/P = 5$	$f(5 - 6s)$	$f(5 - 4s)$
$v/P = 6$	$f(6 - 7s)$	$f(6 - 5s)$
$v/P = 7$	$f(7 - 8s)$	$f(7 - 6s)$

De todos los armónicos anteriores sólo algunos serán apreciables en las corrientes estatóricas, ya que los factores de devanado del motor influirán reduciendo las amplitudes de las fuerzas electromotrices que son capaces de inducir y, por tanto, disminuyendo su capacidad para afectar a las corrientes.

Hasta el momento solo se ha hecho referencia a las frecuencias de los armónicos que deben aparecer en el espectro de corrientes como consecuencia de la rotura de una barra, y no se ha hecho mención alguna sobre la relación entre la amplitud de dichos armónicos y el grado de avería. Respecto a esta relación es necesario hacer una serie de puntualizaciones: en primer lugar la amplitud de todos los armónicos de la corriente es función de la carga aplicada al motor; por tanto, es imposible definir una amplitud para los armónicos laterales que indique la frontera entre un rotor sano y uno con asimetrías. Además hay que tener en cuenta que los armónicos que se han estudiado hasta el momento están también presentes en el espectro de corrientes de un motor sano, y sus amplitudes son el resultado de la asimetría propia del rotor y de la forma de onda no senoidal del campo de la máquina, es decir, de sus características constructivas. Por ambos motivos, utilizar directamente para el diagnóstico las amplitudes de los armónicos es prácticamente imposible.

Una solución a todos estos problemas es la de normalizar la medición de las amplitudes, es decir, encontrar un método que permita medir la evolución de los armónicos independientemente de la carga y del motor que esté sometido a estudio.

La solución empleada suele consistir en medir la diferencia de amplitudes entre el armónico fundamental de la corriente y los armónicos característicos del fallo sobre una escala logarítmica: si se miden diferencias de amplitudes en un espectro en decibelios o logarítmico, en realidad se estará trabajando con un cociente entre la amplitud del armónico fundamental y la del armónico estudiado, es decir, se habrán normalizado los resultados respecto al valor del armónico fundamental. Con ello las medidas serán

prácticamente independientes de la carga aplicada al motor y en definitiva de las amplitudes relativas de los distintos armónicos.

Este método permitirá aplicar el procedimiento de diagnóstico en un amplio rango de funcionamiento de la máquina. Sin embargo, sus características constructivas mantendrán alguna influencia en las amplitudes iniciales de los armónicos, lo que generara un cierto grado de incertidumbres, sólo resoluble mediante un modelo matemático exhaustivo del motor o un estudio estadístico realizado sobre un gran número de máquinas. Posteriormente se volverá a incidir sobre éstas y algunas otras limitaciones de este procedimiento de diagnóstico.

## **5. EJEMPLO DE APLICACIÓN PRÁCTICA SOBRE EL DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN LA JAULA ROTÓRICA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS**

En este capítulo se mostrará de forma resumida algunas conclusiones obtenidas sobre el diagnóstico de asimetrías rotóricas mediante el análisis espectral de corrientes. En primer lugar se mostrarán algunos espectros de corrientes de motores sometidos a ensayos de laboratorio en los que la validez de los armónicos de orden superior a los laterales queda puesta de manifiesto.

A continuación, se presentarán los resultados obtenidos del estudio de un gran número de motores, referenciados en el libro “Técnicas para el mantenimiento y diagnóstico de máquinas eléctricas rotativas”, previamente analizados por ABB Service; indicando de una forma práctica diferentes rangos de valores para las amplitudes de los armónicos de las corrientes y su relación con el grado de avería del motor.

En la tabla 1, que aparece en el capítulo 4, se mostró como en el caso de que exista la rotura de una barra rotórica no sólo aparecen en la corriente del motor los armónicos lateral inferior y lateral superior, sino que existe una amplia familia de frecuencias en las que la avería presenta una notable repercusión. Con el fin de comprobar la utilidad práctica de dichas frecuencias para la detección de fallos en el rotor, se sometieron varios motores a pruebas destructivas que permitieron observar la evolución del espectro con las averías. Se presentarán a continuación algunos de los espectros obtenidos de estos motores que muestran como los armónicos citados anteriormente también son aptos para el diagnóstico.

### **5.1. PRIMER CASO PRÁCTICO: MOTOR SOMETIDO A ENSAYOS DESTRUCTIVOS.**

En la figura 43 se muestra el rotor de un motor de 11Kw que fue sometido a una serie de ensayos destructivos, consistentes en la rotura progresiva de las barras rotóricas, la figura muestra el estado del rotor con 6 de las barras separadas del anillo del cortocircuito. A continuación, se van a mostrar los espectros de corrientes correspondientes a la rotura de la primera de las barras, ya que es la que presenta mayor interés por tratarse del momento en el que comienza la avería.

**Figura 43. Rotor sometido a ensayos: fase final 6 barras rotas**



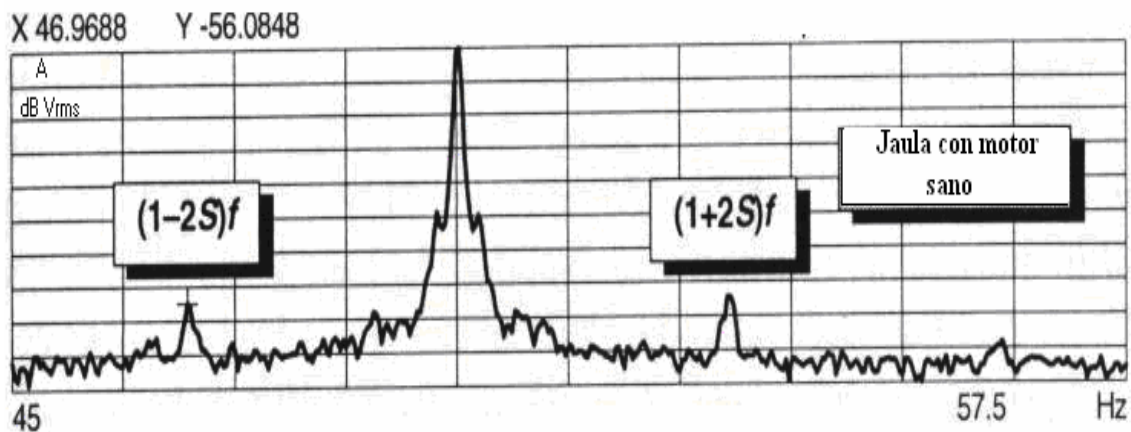
Puesto que con esta prueba se pretendía observar la forma del espectro cuando el motor presenta la avería en el estado más incipiente, el ensayo se realiza en dos fases:

En la primera se redujo la sección de la barra aproximadamente a la mitad, separándola parcialmente del anillo de corto circuito. En la segunda fase se completo su rotura mediante la total separación del anillo.

En las siguientes figuras se muestra el espectro de corrientes alrededor del armónico fundamental para los tres casos: motor con jaula sana, jaula con media sección rota, y jaula con una barra completamente rota.

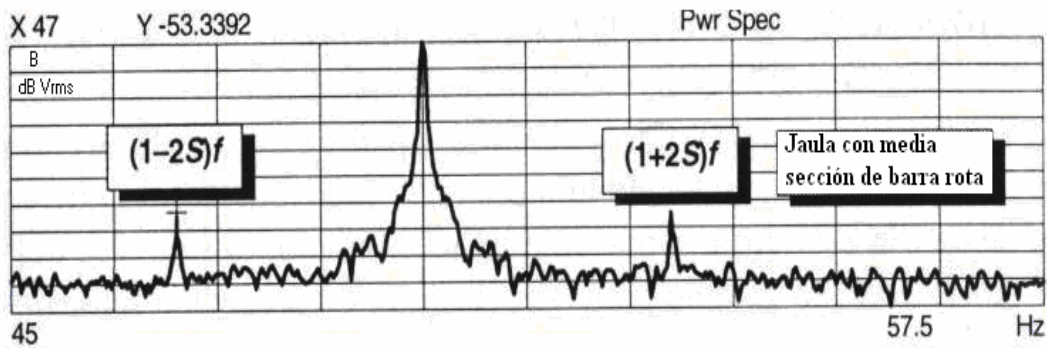
**5.1.1. Motor de 11 Kw con Jaula sana.** En la gráfica 44 podemos observar el armónico característico cuando la jaula de un motor se encuentra en condiciones normales.

**Figura 44. Motor con jaula sana**



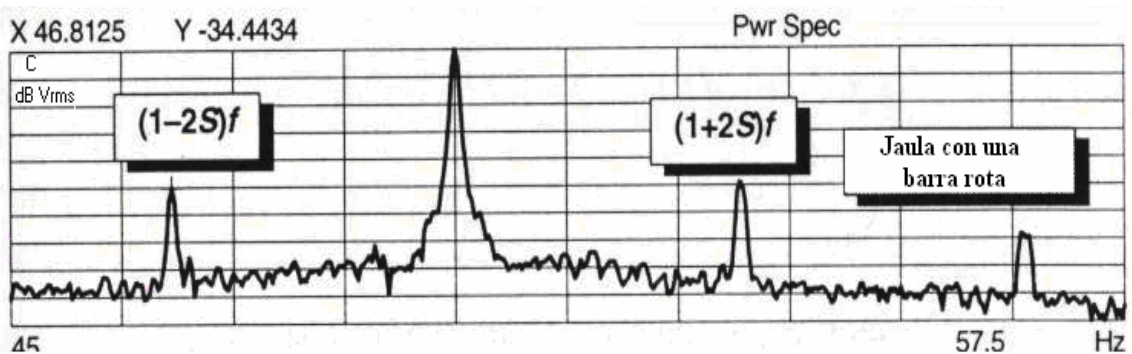
**5.1.2. Motor de 11 Kw media sección de barra rota en la Jaula.** En ella se puede observar como en la primera fase no se produce un incremento sustancial en la amplitud de los armónicos laterales.

**Figura 45. Jaula con media sección rota**



**5.1.3. Motor de 11 Kw con una barra rota.** Sólo cuando la barra esta completamente rota dicho incremento se aprecia. La explicación a este hecho es bastante sencilla: mientras exista sección para la circulación de corriente por la barra, no habrá una gran distorsión del campo magnético ya que dicha barra simplemente presentará una resistencia más alta que las demás pero seguirá transportando gran parte de la corriente, de forma similar a como se razonó para las corrientes interlaminares.

**Figura 46 Jaula con una barra rota**



**5.1.4. Análisis de los espectros de corriente.** Este hecho pone de manifiesto la dificultad de diagnosticar el fallo cuando no hay al menos una barra rota. Por tanto, pensando en la forma de aplicación industrial del método, hay que decir que la única manera segura de detectar la avería antes de que afecte por completo a una de las barras consiste en el



seguimiento periódico continuado de la corriente del motor. Más adelante se mostrara que los armónicos de orden más elevado y otras variables como el flujo axial y el par electromagnético son potencialmente una solución para este problema, ya que presentan una sensibilidad superior a la avería.

Tal como se había indicado con anterioridad, es más conveniente medir la diferencia de amplitudes entre los armónicos característicos de la avería y el fundamental, que utilizar amplitudes absolutas; por este motivo, en la tabla 2 se presentan las diferencias de amplitudes entre el armónico fundamental y los laterales.

**Tabla 2. Diferencia de amplitudes entre el armónico fundamental y el lateral inferior para los diferentes grados de avería.**

<b>Grado de avería</b>	<b>Diferencia de amplitudes</b>
Motor sano	68,60 dB
Media sección de barra rota	65,28 dB
1 barra rota	46,5 dB

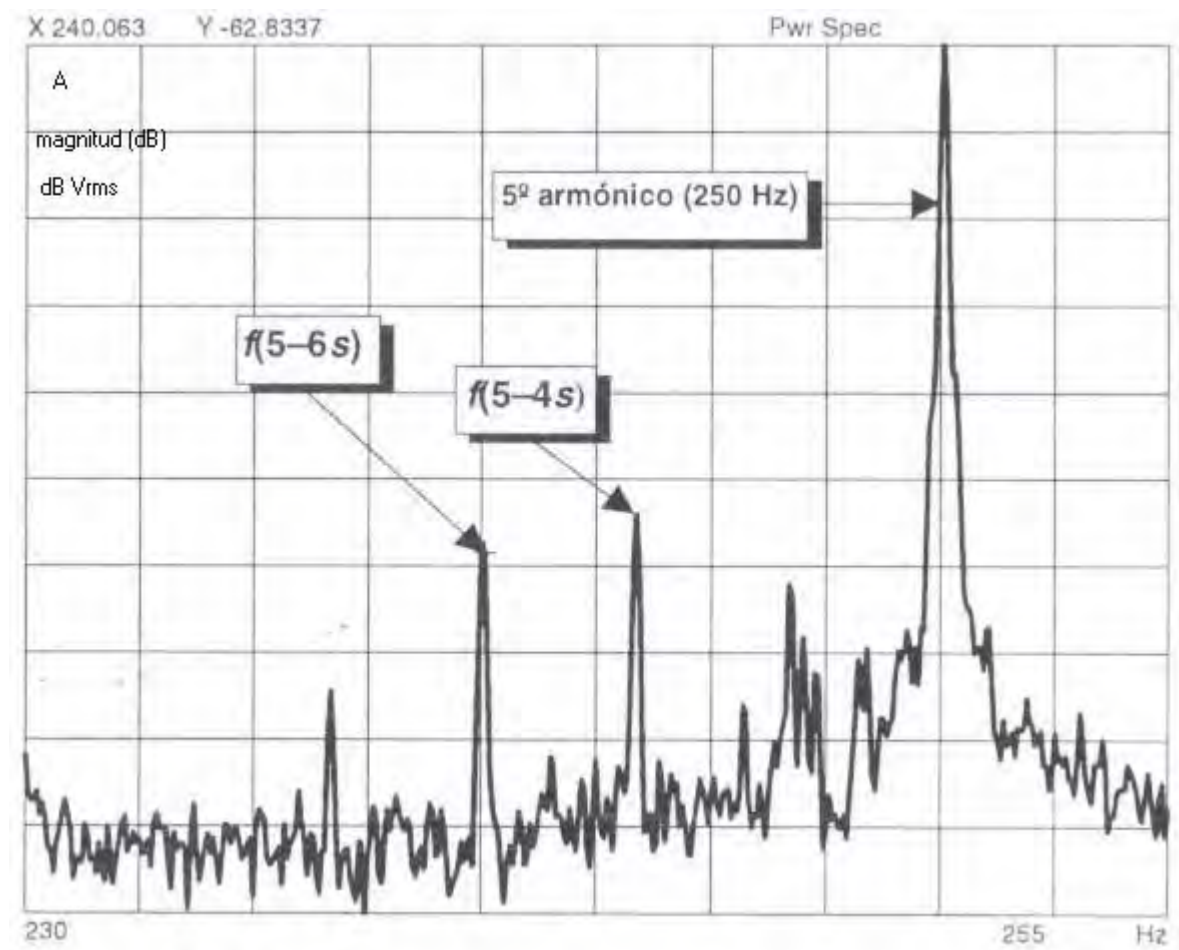
En la tabla anterior el paso del primer estado al segundo supone una alteración en el parámetro indicador del fallo aproximadamente 3 dB, lo cual hace que esta evolución sea relativamente difícil de detectar, sin embargo, cuando se produce la ruptura completa de la barra, este incremento es de 20 dB lo que nos permite afirmar la validez del método de diagnóstico, así como indicar que cuando ocurre la rotura de una barra la diferencia de amplitudes entre armónicos debe estar en torno de los 40 dB y para un motor sano del orden de 60 dB. Estos rangos que se acaban de indicar serán estudiados y contrastados con datos prácticos posteriormente.

**5.1.5 Análisis de los espectros de corriente de quinto armónico.** En los motores sometidos a ensayo, la corriente se analizó no sólo en torno al armónico fundamental sino también alrededor del quinto y séptimo armónico. En este caso, y puesto que las condiciones iniciales del motor eran las normales, fue posible distinguir las otras frecuencias relacionadas con el fallo. Utilizando de nuevo los resultados obtenidos en el punto anterior para valores de  $\frac{V}{P} = 5$ , se obtienen armónicos de frecuencias:  $f \cdot (5 - 4s)$ , y  $f \cdot (5 - 6s)$ , dichas frecuencias estarán entorno al 5º armónico de la corriente es decir 250 Hz, y su estudio se presentará a continuación. Para los otros valores de la relación  $\frac{V}{P}$  también aparecen armónicos de características muy similares a los anteriores; sin embargo, los de orden superior,  $\frac{V}{P} = 7$  por ejemplo, no se presentarán ya que al tratarse de bandas en torno a los 350 Hz sus amplitudes serán ligeramente anteriores y , por tanto, menos útiles para el diagnóstico. Además, no se debe olvidar que lo que se pretende en este apartado es presentar una posibilidad adicional del espectro de corrientes, posibilidad que por otro lado, deberá ser estudiada para cada motor, ya que como se dijo anteriormente los factores de devanado influyen de forma decisiva en la presencia de ciertas frecuencias en la corriente. Por tanto, a continuación se presentarán los resultados correspondientes al análisis de la corriente en torno al 5º armónico, estudiando la frecuencia de las expresiones anteriores para  $\frac{V}{P} = 5$ .

En la figura 47 se presenta el espectro de corriente en torno a 250 Hz antes de introducir ninguna avería; en él se puede observar como los armónicos anteriores ya están presentes en el motor. El hecho de que tanto éstos como los armónicos laterales existan en el espectro de corrientes antes de que haya averías no debe parecer sorprendente: como se expuso con anterioridad la rotura de la barra genera la aparición de series de armónicos giratorios que se superponen a los ya existentes en el motor. Teniendo en cuenta que tanto el campo

creado por el rotor como por el estator de un motor sano no son perfectamente senoidales (presentan una distribución escalonada) y que, además, ambos devanados nunca son constructivamente perfectos, es evidente que interacciones entre armónicos como las descritas para la avería también existirán con el motor sano.

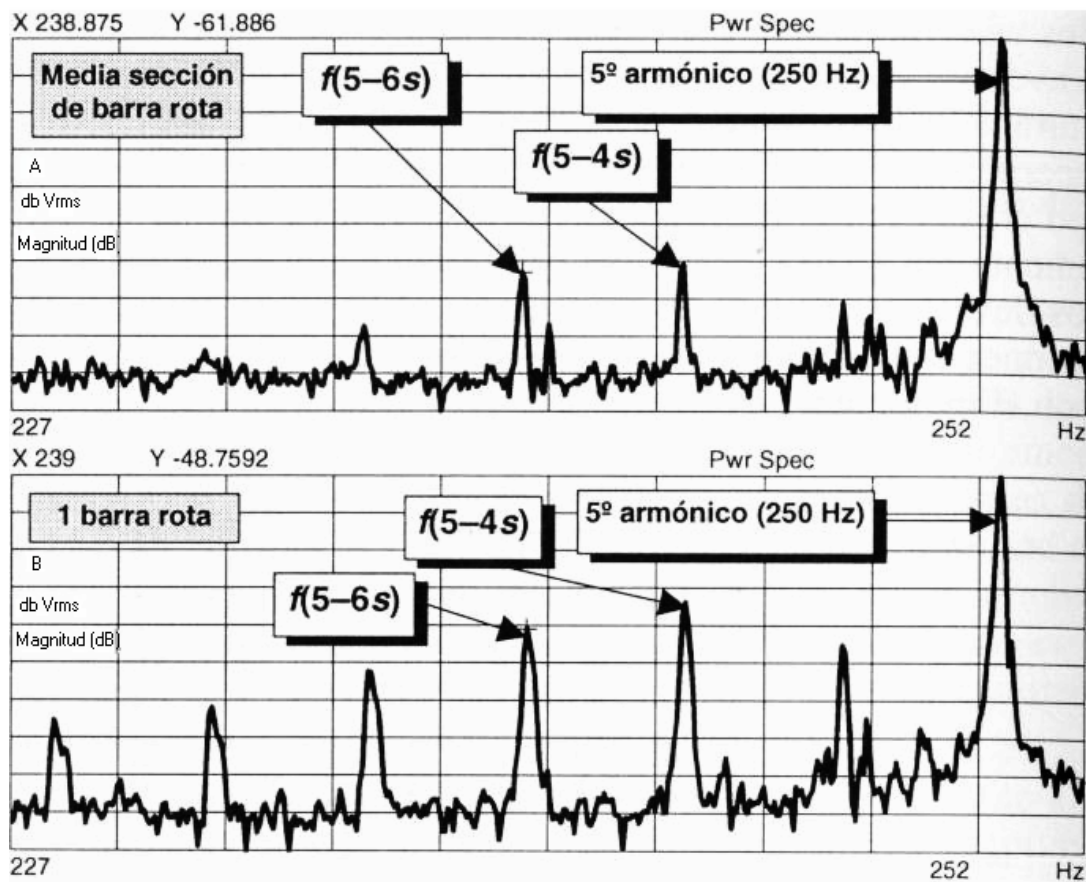
**Figura 47. Espectro de corrientes en torno a 250 Hz (85% carga nominal) motor sano.**



A continuación en la figura 46 se presentarán los espectros de corriente del motor medidos en el mismo rango de frecuencias que el anterior, pero en esta ocasión para los diferentes grados de avería. En ellos se podrá observar como estos armónicos presentan una

sensibilidad prácticamente igual a la de los armónicos laterales a la presencia de asimetrías rotóricas. Posteriormente, se comentará como al tratarse de armónicos de frecuencia bastante superior a los 50 Hz presentan alguna ventaja adicional.

**Figura 48. Espectro de corrientes en torno a 250 Hz distintos grados de avería.**



A la vista de las figuras 44 hasta 47 y realizando medidas sobre las amplitudes de los armónicos se puede llegar a las siguientes conclusiones:

La variación que se sufre con la introducción del primer grado de avería es escasa y ligeramente superior a la que se obtenía para los armónicos laterales.

Sin embargo, observando la figura 47 se puede apreciar que la evolución que siguen al introducir la rotura de una barra es muy significativa. Si se plantea la utilización de la diferencia de amplitud entre estos armónicos y el quinto armónico de la corriente, de forma análoga a como se realizó con los armónicos laterales, se obtienen los resultados que aparecen en la tabla 3.

**Tabla 3. Diferencia de amplitudes entre los armónicos de frecuencias para los diferentes grados de averías.**

	$f(5 - 6s)$	$f(5 - 4s)$
Motor sano	49,86 dB	48,93 dB
Media barra rota	45,79 dB	44,37 dB
1 barra rota	33,72 dB	27,96 dB

En ella se puede observar como el cambio en la diferencia de amplitudes antes de que la rotura de la barra sea completa está próximo a los 4 dB lo que implica una sensibilidad ligeramente mayor que los armónicos laterales. Por otro lado, para el armónico de frecuencia  $f(5 - 4s)$  el paso de media sección de barra a una barra rota es de 17 ,5 dB y para el armónico de frecuencia  $f(5 - 6s)$  ocurre una variación de 13 dB aproximadamente. Si se compara el rango de variación de estos nuevos indicadores con el que se obtenía para el caso de los armónicos laterales, se podrá apreciar que son valores muy similares, ya que en dicho caso la diferencia de amplitudes del armónico lateral inferior sufría una variación de 20 dB. Este hecho nos permite proponer los armónicos anteriores como un elemento alternativo, o al menos complementario al empleo de los armónicos laterales.

Sin embargo, respecto a su validez en términos generales hay que hacer una importante precisión: los resultados presentados han sido extraídos de pruebas realizadas sobre un reducido número de motores; por tanto, no se pueden generalizar de forma inmediata para su aplicación indiscriminada sobre cualquier máquina. Las características constructivas del motor en especial sus factores de devanado, van a determinar las amplitudes de los armónicos de orden superior al fundamental; por este motivo, cabe la posibilidad de que algunos motores presenten amplitudes tan reducidas de los armónicos de frecuencias  $f(5-4s)$  y  $f(5-6s)$  que hagan imposible su medición y, por tanto el diagnóstico. Así mismo, también es posible que en otros motores la variación de las amplitudes de los nuevos armónicos con la avería sea incluso más favorable que en éstos.

La ventaja que presenta la utilización de estas frecuencias en la detección de asimetrías rotóricas: como se mostrará posteriormente, la presencia de ciertas máquinas (compresores, engranajes reductores, etc.) produce la modulación de corrientes estatóricas, originando una serie de bandas laterales entorno a la frecuencia de alimentación. La modulación de la corriente tiene como origen las oscilaciones en la velocidad de giro del motor producidas por el par pulsante generado por la máquina que éste acciona, y aparece en formas de bandas laterales alrededor del armónico fundamental de la corriente. La anchura de estas bandas laterales es proporcional a la velocidad de giro de la máquina accionada y a sus múltiplos; es decir, en torno a los 50 Hz aparecen una serie de bandas de frecuencias, la de rotación de la máquina accionada y todos sus múltiplos:  $f_r, 2f_r, 3f_r$ , etc.

Por este motivo, en muchas ocasiones la presencia de estas bandas oculta o modifica las amplitudes de los armónicos laterales impidiendo así el diagnóstico. Si en vez de emplear para la detección frecuencias próximas a los 50 Hz se utilizan frecuencias más altas, los problemas derivados de la acción de la carga no serán tan relevantes, ya que la modulación de la corriente no será tan influyente a dichas frecuencias, puesto que la inercia del

conjunto del motor-máquina impide la oscilación de la velocidad con una pulsación tan elevada.

La presencia de corrientes interlaminares reduce la amplitud de los armónicos laterales al reducir la distorsión creada en el campo de la máquina por la rotura de la barra. Esta reducción es función de la impedancia que las porciones de núcleo presenten a la circulación de corriente inter laminar. Las componentes de corriente de frecuencia más alta que circulen por el rotor encontraran un camino de mayor impedancia hacia las barras adyacentes que las de baja frecuencia y, por tanto, no darán lugar a corrientes interlaminares significativas. Así pues, si las componentes de la corriente estatórica utilizadas en el diagnostico son las de más alta frecuencia, el efecto de reducción producido por las corrientes interlaminares será mucho menos acusado. Esto hace que los armónicos de frecuencias superiores sean mejores indicadores del fallo en estas condiciones que los armónicos laterales.

- la utilización de los armónicos lateral inferior y lateral superior de la corriente estatórica del motor es un método valido para la detección de la rotura de barras.
- debido a la variación de las amplitudes de los armónicos con la carga del motor y la influencia del tamaño y características constructivas de éste, el parámetro más adecuado para indicar el grado de avería es la diferencia entre las amplitudes del armónico fundamental y los laterales medidas en decibelios.
- se han encontrado otros armónicos de mayor frecuencia, en forma de bandas laterales de los armonicos quinto y séptimo de las corrientes estatóricas, cuya sensibilidad para la detección del fallo es similar a la de los primeros pero presentan algunas ventajas e inconvenientes adicionales.
- la detección del fallo en su estado más incipiente, es decir antes de producirse la rotura de la primera barra, es un proceso difícil ya que la distorsión que produce en la corriente no parece lo bastante significativa.

## **5.2 RANGO DE AMPLITUDES EN LOS ARMÓNICOS DE CORRIENTE PARA ÉL DIAGNOSTICO: EJEMPLO SOBRE MOTORES DE GRAN TAMAÑO**

Se demostró tanto de forma teórica como experimental, que la asimetría rotórica (rotura de barras o agrietamiento de anillos) produce una distorsión en el campo magnético en el entrehierro de la máquina. Dicha distorsión implica el incremento de amplitud de ciertos armónicos de las corrientes estatóricas. También se constató que la presencia de corrientes interlaminares podía disminuir la amplitud de los armónicos anteriores dificultando el diagnóstico; por otro lado, los ensayos experimentales demostraron que dichas amplitudes eran, en cierta medida, función de las características constructivas de la máquina.

Estos hechos implican que a pesar de que la detección de la avería sea relativamente fácil, cuantificar el grado de asimetría rotórica resulta mucho más complicado. Una buena forma de conseguir este objetivo sería disponer de algún modelo matemático capaz de reproducir el comportamiento del motor en condiciones de falla.

A continuación se presentaran algunos espectros de corriente pertenecientes a motores de gran tamaño, en los cuales se podrán observar diferentes niveles de avería:

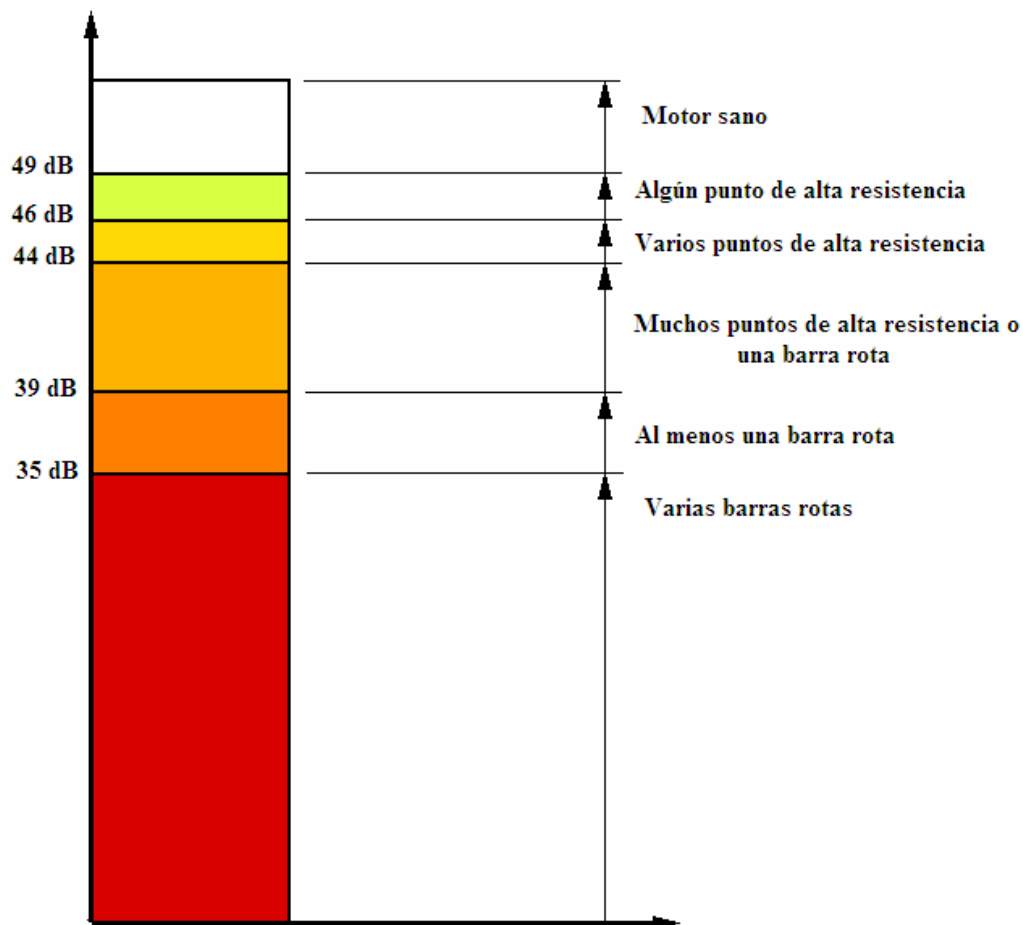
Cuando en un motor de inducción comienza el proceso de rotura de una barra la resistencia eléctrica entre la unión de la barra y el anillo se eleva como consecuencia de la aparición de *microfisuras*, diremos entonces que el motor presenta *puntos o juntas de alta resistencia*. De este modo, distinguiremos diferentes grados de avería que van desde la presencia de juntas de alta resistencia hasta la existencia de varias barras rotas.

Mediante el estudio realizado se han definido 6 rangos diferentes para la diferencia de amplitudes entre los armónicos laterales y el fundamental de la corriente, los cuales se pueden observar en la figura 49. En ella se utiliza la diferencia entre el armónico fundamental y el lateral inferior. En ella hay que señalar que los rangos correspondientes a 35 dB y 39 dB están definidos de una forma bastante precisa, y en que la inmensa mayoría



de los casos van a corresponder realmente al grado de deterioro indicado en la gráfica. A partir de dichos valores el gráfico es aproximado y tan solo pretende indicar que en la jaula se están formando grietas o porosidades y que su deterioro es progresivo. La mejoría en el estado de la jaula es creciente hasta alcanzar aproximadamente los 50 dB, en donde se puede afirmar con suficiente certeza que el motor se encuentra en buen estado.

**Figura 49. Diferencia de amplitudes entre el armónico lateral inferior y el fundamental de la corriente estática para diferentes grados de asimetría**

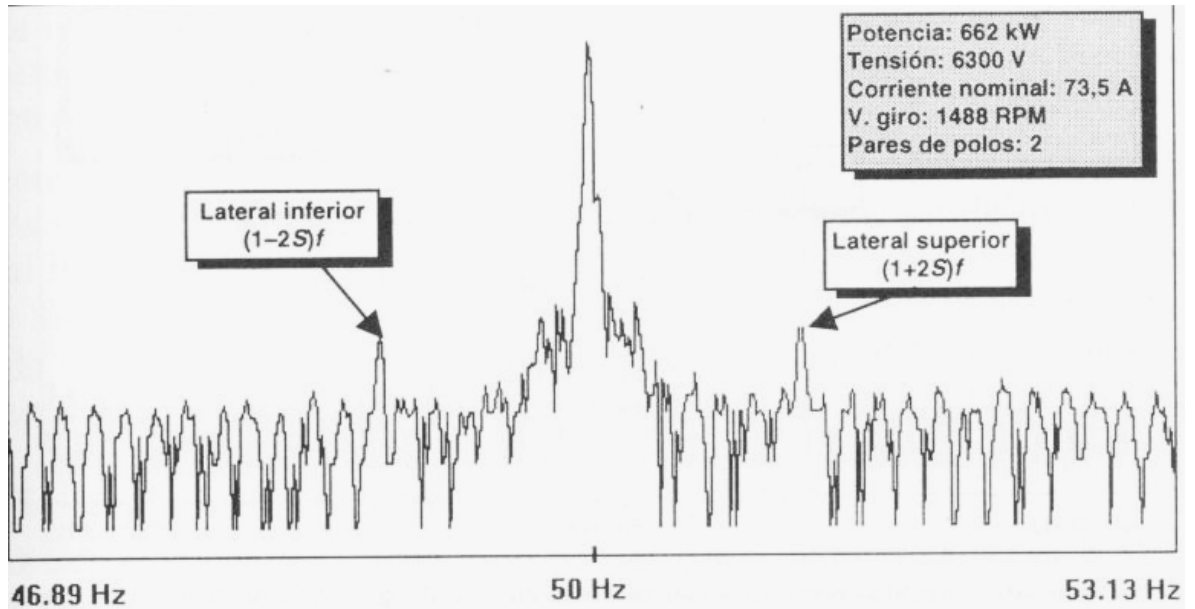


Otra puntualización que también es necesaria hacer antes de pasar a otras conclusiones es la siguiente: aunque se conozca de forma aproximada el rango de valores para los armónicos característicos de la avería, el diagnóstico que determina la parada de un motor en servicio debe estar apoyado en otros criterios: la forma constructiva del rotor, su velocidad de giro, el número de arranques al que está sometido, su régimen de funcionamiento, la importancia del motor para el proceso productivo, etc. Por ejemplo, un motor con un rotor de barras soldadas, con una velocidad de giro elevado, y con un número de arranques por día grande, debe ser eliminado del servicio antes que uno con el rotor de aluminio fundido, de menor velocidad de giro y que no esté sometido a arranques y paradas repetitivos, ya que la probabilidad de que en él se produzca un daño irreparable como consecuencia de la rotura de una barra es menor, al estar menos solicitado tanto desde el punto de vista eléctrico como del mecánico.

Para finalizar con la valoración anterior sobre las amplitudes de los armónicos laterales, se presentarán en las figuras 50 a 54 los espectros de 5 motores de gran potencia con diferentes niveles de avería. En ellos se puede apreciar la progresiva variación en las amplitudes de los armónicos.

Respecto a los espectros mostrados en las cinco citadas figuras, hay que hacer una serie de precisiones: se han seleccionado cinco motores en los que el espectro de corrientes no presentaban ninguna dificultad para diferenciar los armónicos laterales; sin embargo, en la práctica ciertos procesos mecánicos pueden influir directamente en la validez del método, ya que producen modulaciones de la corriente que pueden hacer que la pareja de armónicos anteriores sea ilegible.

**Figura 50. Motor sano.**



**Figura 51. Motor con juntas de alta resistencias.**

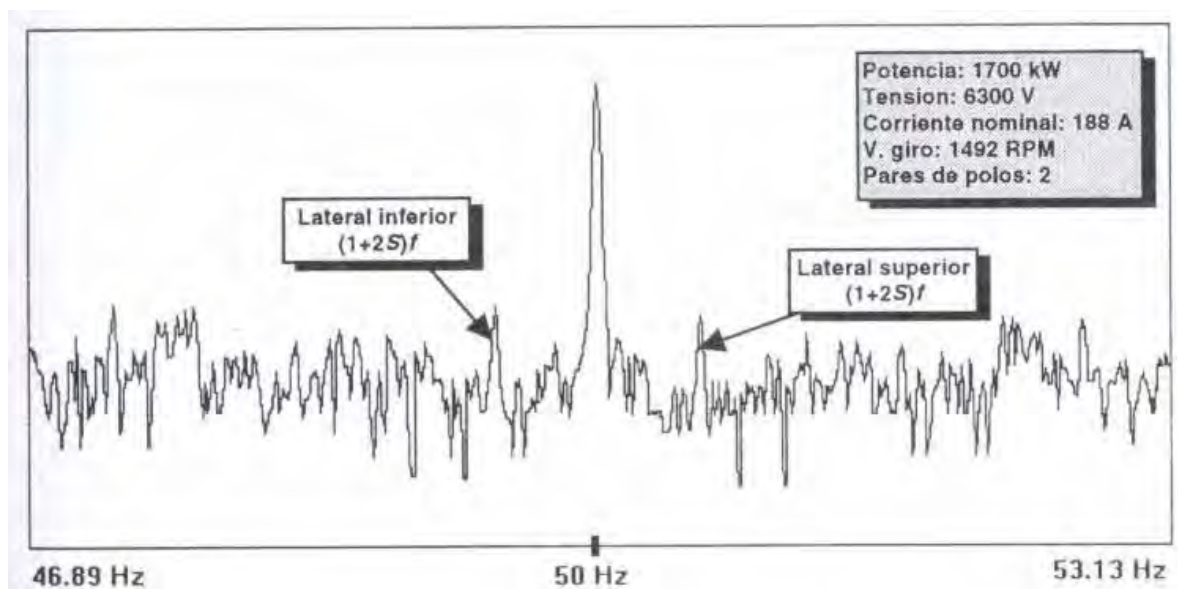


Figura 52. Motor con juntas de alta resistencias.

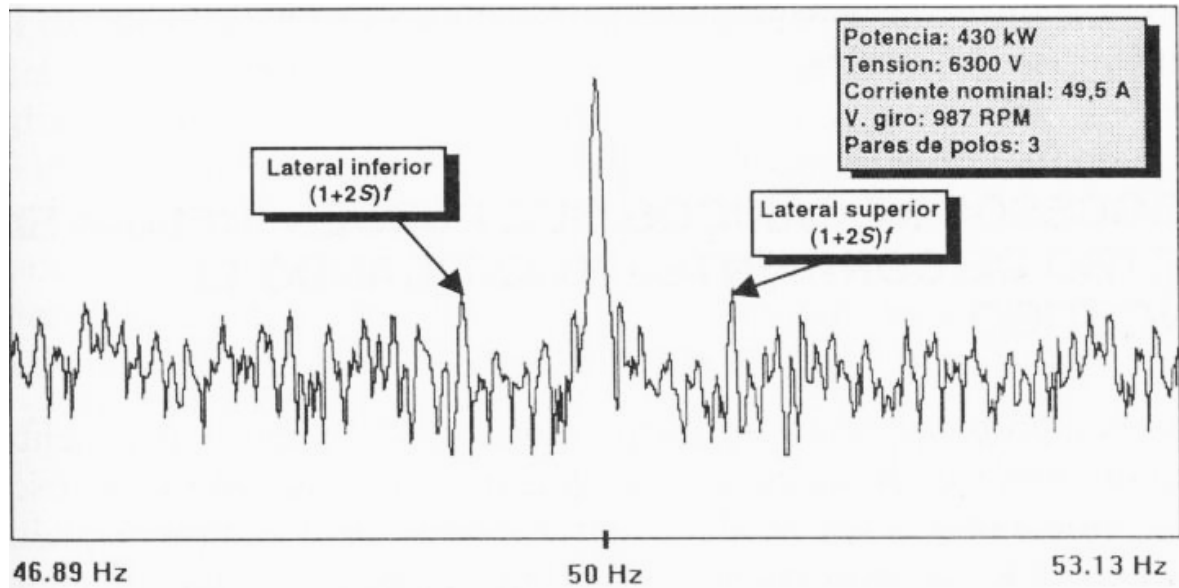


Figura 53. Motor con al menos una barra rota.

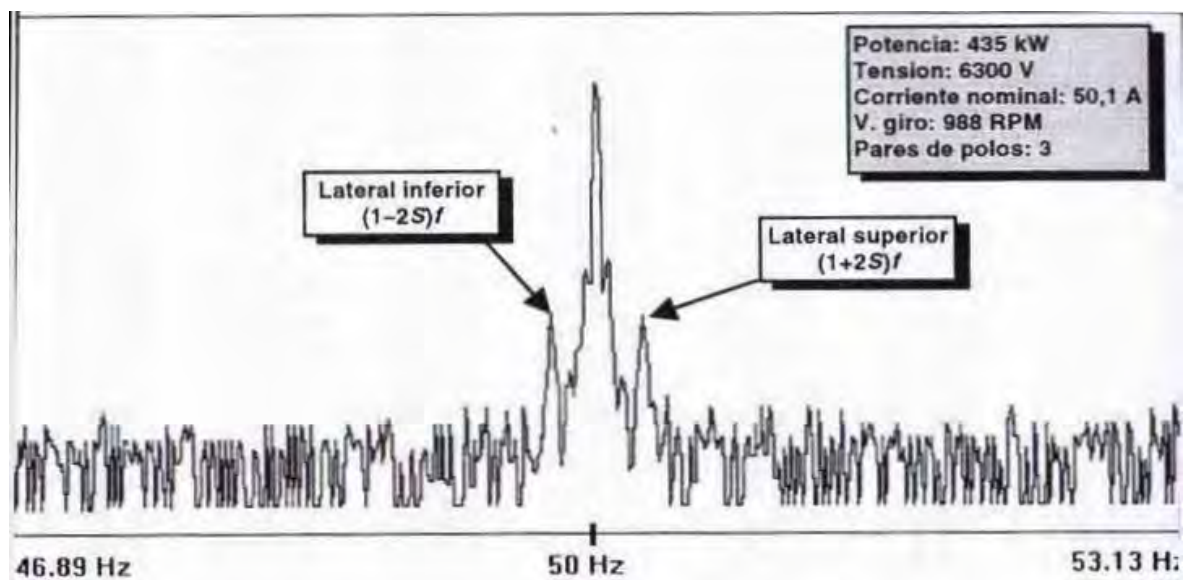
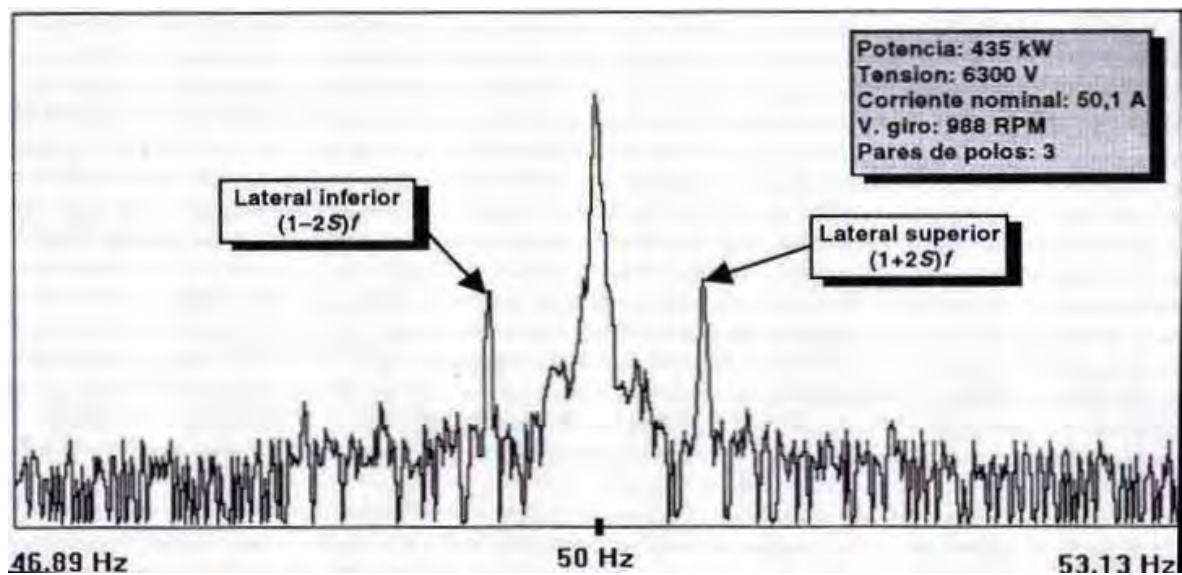


Figura 54. Motor con varias barras rotas.



## 6. CONCLUSIONES

- Se puede establecer que las fallas en los rotores de tipo jaula de ardilla suelen estar relacionadas con las altas temperaturas alcanzadas durante la operación y con las elevadas fuerzas centrífugas que soportan tanto barras como anillos de corto circuito, especialmente durante regímenes de funcionamiento transitorio.
- Llegaríamos a afirmar que algunos problemas pueden originarse desde el proceso de fabricación por defectos en la fundición en el caso de anillos de corto circuito soldados a barras de cobre, verificando que los puntos defectuosos generan puntos de alta temperatura por alta resistencia eléctrica.
- Utilizamos la teoría de la fuerza magnetomotriz en el entrehierro y la serie de Fourier, para analizar que la falla, en los rotores jaula de ardilla, se puede estudiar desde el punto de vista electromagnético, verificando que la presencia de barras rotas en la jaula produce alteraciones en el campo magnético del motor, que se traduce en la aparición de dos series de armónicos de campos giratorios los cuales inducen fuerzas magnetomotrices, que finalmente dan lugar a la aparición de armónicos en la corriente de alimentación del motor .
- Se analizó matemáticamente que debido a la presencia de barras rotas en la jaula del motor, se pueden determinar que frecuencias inducen en las corrientes del estator los armónicos de campo, que aparecen debidos a la avería, estos armónicos se ven reflejados como componentes espectrales en las corrientes del estator.
- Se verificó que los armónicos lateral inferior y lateral superior de las corrientes de alimentación como: el armónico de frecuencia superior  $(1+2s)f$  es consecuencia de una modulación (oscilación) en la velocidad de giro del motor, mientras que el

armónico lateral inferior  $(1-2s)f$  tiene su origen en la propia distorsión, causada por la avería.

- En el diagnóstico de un motor sano, observamos un espectro de frecuencia característica, donde sobresale la amplitud de la frecuencia de la red, a diferencia de cuando una de las barras, de la jaula del rotor, presenta problemas de origen mecánico y eléctrico mostrándonos, en su espectro, valores de frecuencia adicionales a la de su frecuencia fundamental.

## **BIBLIOGRAFÍA**

AREZKI M., Mohamed - Saïd Naïd – Saïd. Stator current analysis of incipient fault into asynchronous motor rotor bars using Fourier Fast Transform. En: Journal of Electrical Engineering. Vol. 55, No. 5-6 (2004); p. 122-130.

BONNET, G. Soukoup. Cause and analysis of stator and rotor failures in three phase squirrel-cage Induction motors. En: IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 28, No. 4 (Jul.-Ago. 1998); p. 921-937

CABANAS, Manes. Técnicas para el mantenimiento y diagnóstico de máquinas eléctricas rotativas. Barcelona: Marcombo, 1998. 345 p.

CHAPMAN, Stephen. Máquinas Eléctricas. 2 ed. Santa Fé de Bogotá: McGraw-Hill Book Company, 2000. 735 p.

DELEROI W. Broken Bar in Squirrel Cage Rotor of and Induction Motor, Part 1: Description by Superimposed Fault Currents. En: Arch fur Elektrotechnik. Vol. 67, (1984); p. 91-99.

ELKASAGBY N. Eastham R, Dawson G: Detection of broken bars in the cage rotor on an induction machine. En: IEEE Transactions on Industry applications. Vol. 28, No. 1 (Ene.-Feb. 1992); p.165-170.

FITZGERALD, Kingsley, Uman: Electric Machinery. 6 ed. New York: McGraw-Hill, 2003. 760 p.



IVANOV – SMOLENSKI: Máquinas Eléctricas. Moscú: Editorial Mir, 1984. 230 p.

KERSZENBAUN, C. F. Landy: The existence of large inter-bar currents in three phase squirrel cage motors with rotor bars and/or end ring faults. En: IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems. Vol. PAS-103, No. 7 (Jul. 1984); p 1854-1862.

KLIMAN, R. A. Koegl: Noninvasive detection of broken bars in operating induction machines. En: IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 3, No. 4 ( Dic. 1988); p 126-132.

KOSTENKO, Mijail P: Máquinas Eléctricas. Moscú: Editorial Mir, 1976. 780 p.

NARANG ET.: Measurement and analysis of surge distribution in motor stator windings. En: IEEE Transactions on Energy Conversion. Vol. 4, No. 1 ( Mar. 1989); p 128-131.

SERRANO Iribarnegaray Luis: Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas. Barcelona: Marcombo-Boixareu Editores, 1989. 156 p.

THOMSON WILLIAM: Current Signature Analysis to Detect Induction Motor Faults. En: IEEE Industry Applications Magazine. Vol. 7 (Jul.-Ago. 2001); p 26-34.

WALLISER, C. F. Landy: Determination of interbar current effects in the detection of broken bars in squirrel cage induction motors. En: IEEE Transactions on Energy Conversion. Vol. 9, No. 1 ( Mar. 1994); p. 152-158.